Министерство сельского хозяйства РФ
Департамент научно-технологической политики и образования
ФГБОУ ВПО «Волгоградская государственная сельскохозяйственная академия»

Кафедра высшей математики

Задания и методические указания для выполнения расчетно-графической работы № 1 по ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ для студентов очной формы обучения по направлению «ЭКОНОМИКА»

Волгоград

ИПК «Нива»

2011

УДК 512.64

ББК 22.143

З-15

З-15 Задания и методические указания для выполнения расчетно-графической работы № 1 по линейной алгебре для студентов очной формы обучения по направлению «Экономика» / Сост. О.В. Вахнина, Е.А. Ветренко; Ю.В. Клочков. – Волгоградская ГСХА: Волгоград, 2011. – 32 с.

Даны задания и рекомендации по выполнению расчетно-графической работы № 1 по линейной алгебре.

Для студентов очной формы обучения по направлению «Экономика».

Рекомендовано методической комиссией факультета электрификации сельского хозяйства ВГСХА от , протокол № .

УДК 512.64

ББК 22.143

© Вахнина О.В., 2011

© ИПК ФГБОУ ВПО ВГСХА «Нива», 2011

Правила выполнения и оформления расчетно-графической работы:

В соответствие с учебным планом, студенты очной формы отделения по направлению «Экономика» выполняют по курсу «Линейная алгебра» расчетно-графическую работу. При оформлении и решении работы необходимо строго придерживаться указанных ниже правил. Работа, выполненная без соблюдения этих правил, не зачитывается и возвращается студенту для доработки.

1. Расчетно-графическая работа должна быть выполнена в тетради в клетку или на сшитых листах А4. На внешней обложке должны быть ясно написаны: название дисциплины, номер расчетно-графической работы; направление, номер группы, фамилия и инициалы студента; номер варианта; фамилия и инициалы проверяющего преподавателя. В конце работы следует проставить дату ее выполнения и расписаться.

2. Задачи необходимо располагать в порядке номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач. Перед решением каждой задачи надо полностью переписать ее условие. Решения и пояснения к ним должны быть достаточно подробными.

3. На каждой странице тетради следует оставлять поля для замечаний преподавателя.

4. Перед выполнением расчетно-графической работы студент должен изучить соответствующие разделы рекомендуемой литературы и может воспользоваться решениями типовых примеров, содержащихся в настоящих методических указаниях.

Задания для расчетно-графической работы № 1:

I. Для данного определителя Δ найти миноры и алгебраические дополнения элементов a_{i2}, a_{3j}. Вычислить определитель Δ:

а) разложив его по элементам i - й строки;

б) разложив его по элементам j - го столбца;

в) получив предварительно нули в i - й строке.

II. Даны две матрицы A и B. Найти:

а) $A \cdot B$; б) $B \cdot A$; в) A^{-1}; г) $A \cdot A^{-1}$; д) $A^{-1} \cdot A$.

III. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее:

а) используя формулы Крамера;

б) с помощью обратной матрицы;

в) методом Гаусса.

IV. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

V. Найти общее решение системы уравнений.

ВАРИАНТ 1

I. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}, i=4, j=1.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 2x_1+x_2+3x_3=7, \\ 2x_1+3x_2+x_3=1, \\ 3x_1+2x_2+x_3=6. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1+2x_2-4x_3=8, \\ 2x_1+4x_2-5x_3=11, \\ x_1-2x_2+x_3=1. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=0, \\ 2x_1-3x_2+4x_3=0, \\ 4x_1-11x_2+10x_3=0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x_1-3x_2+4x_3=0, \\ 3x_1+2x_2-x_3=0, \\ 8x_1-x_2+3x_3=0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1+2x_2-2x_3-3x_4=4; \\ 2x_1+5x_2-x_3-4x_4=9; \\ x_1+3x_2+x_3-x_4=5. \end{cases}$

ВАРИАНТ 2

I. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}, i=3, j=3.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 2x_1-x_2+2x_3=3, \\ x_1+x_2+2x_3=-4, \\ 4x_1+x_2+4x_3=-3. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=1, \\ x_1-x_2+2x_3=-5, \\ 2x_1+3x_3=-2. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 3x_1-x_2+2x_3=0, \\ x_1+x_2+x_3=0, \\ x_1+3x_2+3x_3=0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x_1-6x_2+4x_3=0, \\ 3x_1-3x_2+x_3=0, \\ 2x_1-3x_2+3x_3=0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1-4x_2+2x_3+3x_5=5; \\ 2x_1-7x_2+4x_3+x_4=9; \\ x_1-3x_2+2x_3+x_4-3x_5=4. \end{cases}$

ВАРИАНТ 3

I. $\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}, i=4,\ j=1.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 8, \\ 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1; \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - x_4 = 4; \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$

ВАРИАНТ 4

I. $\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}, i=1,\ j=3.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 = 5. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 10x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4; \\ 2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_5 = 7; \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 4x_4 + x_5 = 3. \end{cases}$

ВАРИАНТ 5

I. $\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}, i=2,\ j=4.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 3x_1-2x_2+4x_3=12, \\ 3x_1+4x_2-2x_3=6, \\ 2x_1-x_2-x_3=-9. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1+2x_2-4x_3=8, \\ 2x_1+4x_2-5x_3=1, \\ 5x_1+6x_2-9x_3=2. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 2x_1+5x_2+x_3=0, \\ 4x_1+6x_2+3x_3=0, \\ x_1-x_2-2x_3=0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1+2x_2+4x_3=0, \\ 5x_1+x_2+2x_3=0, \\ 4x_1-x_2-2x_3=0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1+3x_2-x_3-2x_4=1; \\ 2x_1+7x_2-4x_3-3x_4=3; \\ x_1+4x_2-3x_3-x_4=2. \end{cases}$

ВАРИАНТ 6

I. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}, i=1,\ j=2.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 8x_1+3x_2-6x_3=-4, \\ x_1+x_2-x_3=2, \\ 4x_1+x_2-3x_3=-5. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1+x_2+2x_3=-3, \\ 2x_1+2x_2+5x_3=5, \\ 5x_1+3x_2+7x_3=1. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 3x_1-x_2-3x_3=0, \\ 2x_1+3x_2+x_3=0, \\ x_1+x_2+3x_3=0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1-x_2+x_3=0, \\ 2x_1+3x_2-4x_3=0, \\ 5x_1+2x_2-3x_3=0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1+x_2+4x_3+2x_5=0; \\ 3x_1+4x_2+x_3+3x_4=1; \\ 2x_1+3x_2-3x_3+3x_4-2x_5=1. \end{cases}$

ВАРИАНТ 7

I. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}, i=2, j=3.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 4x_1+x_2-3x_3=9, \\ x_1+x_2-x_3=-2, \\ 8x_1+3x_2-6x_3=12. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x_1-7x_2-2x_3=0, \\ 2x_1-3x_2-4x_3=6, \\ 2x_1-4x_2+2x_3=2. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} x_1-x_2+2x_3=0, \\ 2x_1+x_2-3x_3=0, \\ 3x_1+2x_3=0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1-2x_2+x_3=0, \\ 3x_1+3x_2+5x_3=0, \\ 4x_1+x_2+6x_3=0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1-2x_2+2x_3+3x_4=0; \\ 2x_1-3x_2+x_3+4x_4=1; \\ 3x_1-5x_2+3x_3+7x_4=1. \end{cases}$

ВАРИАНТ 8

I. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}, i=3, j=1.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 2x_1+3x_2+4x_3=33, \\ 7x_1-5x_2=24, \\ 4x_1+11x_3=39. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x_1-9x_2-4x_3=6, \\ x_1-7x_2-5x_3=1, \\ 4x_1-2x_2+x_3=2. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 2x_1-x_2-5x_3=0, \\ x_1+2x_2-3x_3=0, \\ 5x_1+x_2+4x_3=0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1+x_2-3x_3=0, \\ x_1+2x_2-4x_3=0, \\ x_1-x_2+x_3=0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1-x_2+4x_3+3x_4=0; \\ 3x_1-2x_2+x_3+2x_5=1; \\ 2x_1-x_2-3x_3-3x_4+2x_5=1. \end{cases}$

ВАРИАНТ 9

I. $\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}, i=4,\ j=3.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 2x_1+3x_2+4x_3=12, \\ 7x_1-5x_2+x_3=-33, \\ 4x_1+x_3=-7. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1-5x_2+x_3=3, \\ 3x_1+2x_2-x_3=7, \\ 4x_1-3x_2=1. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 5x_1-5x_2+4x_3=0, \\ 3x_1+x_2+3x_3=0, \\ x_1+7x_2-x_3=0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1-x_2+2x_3=0, \\ 4x_1+x_2+5x_3=0, \\ 2x_1+2x_2+3x_3=0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1-2x_2+2x_3-3x_4=0; \\ 3x_1-5x_2+x_3+x_4=1; \\ 2x_1-3x_2-x_3+x_4=1. \end{cases}$

ВАРИАНТ 10

I. $\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}, i=4,\ j=2.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} x_1+4x_2-x_3=6, \\ 5x_2+4x_3=-20, \\ 3x_1-2x_2+5x_3=-22. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x_1-5x_2-4x_3=-3, \\ x_1-x_2+5x_3=1, \\ 4x_1-4x_2-9x_3=0. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} x_1+3x_2-x_3=0, \\ 2x_1+5x_2-2x_3=0, \\ x_1+x_2+5x_3=0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x_1+x_2+4x_3=0, \\ 3x_1-2x_2-x_3=0, \\ 7x_1-x_2+3x_3=0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1-3x_2+4x_3-3x_5=2; \\ 3x_1-8x_2+x_3+2x_4=5; \\ 2x_1-5x_2-3x_3-2x_4-3x_5=3. \end{cases}$

ВАРИАНТ 11

I. $\begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}, i=3,\ j=4.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 3x_1-2x_2+4x_3=21, \\ 3x_1+4x_2-2x_3=9, \\ 2x_1-x_2-x_3=10. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x_1-2x_2-x_3=2, \\ 6x_1-4x_2-5x_3=3, \\ x_1+2x_2+4x_3=5. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 2x_1+x_2+3x_3=0, \\ 3x_1-x_2+2x_3=0, \\ x_1+3x_2+4x_3=0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1-2x_2+x_3=0, \\ 2x_1+3x_2-5x_3=0, \\ 5x_1+x_2-4x_3=0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1-3x_2+x_3+2x_4=4; \\ 2x_1-5x_2+4x_3-3x_4=7; \\ x_1-2x_2+3x_3-x_4=3. \end{cases}$

ВАРИАНТ 12

I. $\begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}, i=1,\ j=2.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 3x_1-2x_2-5x_3=5, \\ 2x_1+3x_2-4x_3=12, \\ x_1-2x_2+3x_3=-1. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x_1-3x_2+x_3=3, \\ x_1+x_2-x_3=4, \\ 3x_1-4x_2+2x_3=2. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} x_1-2x_2-x_3=0, \\ 2x_1+3x_2+2x_3=0, \\ 3x_1-2x_2+5x_3=0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x_1+x_2+2x_3=0, \\ 3x_1+2x_2-3x_3=0, \\ 2x_1-x_2+x_3=0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1-x_2+3x_3+4x_4=0; \\ 4x_1-3x_2+x_3+2x_5=1; \\ 3x_1-2x_2-2x_3-4x_4+2x_5=1. \end{cases}$

ВАРИАНТ 13

I. $\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}, i=1, j=4.$

II. $A=\begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - 9x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 2; \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - x_4 = 5; \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$

ВАРИАНТ 14

I. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}, i=2, j=4.$

II. $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \; B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 9x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 5. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 8x_1 - x_2 + 7x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_5 = 1; \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3; \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 + x_4 - 4x_5 = 2. \end{cases}$

ВАРИАНТ 15

I. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}, i=1,\ j=3.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 1, \\ 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 7. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0; \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1; \\ 4x_1 - 3x_2 + 8x_3 + 9x_4 = 1. \end{cases}$

ВАРИАНТ 16

I. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}, i=3,\ j=2.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 6, \\ 3x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 0. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1; \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_5 = 3; \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 - x_5 = 2. \end{cases}$

ВАРИАНТ 17

I. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}, i=3, j=1.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 1, \\ 7x_1 - 9x_2 - x_3 = 3, \\ 5x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5; \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9; \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 4. \end{cases}$

ВАРИАНТ 18

I. $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}, i=2, j=4.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 9, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_5 = 4; \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9; \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5. \end{cases}$

ВАРИАНТ 19

I. $\begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}, i=2, j=3.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$.

III. 1) $\begin{cases} 3x_1+x_2+x_3=-4, \\ -3x_1+5x_2+6x_3=36, \\ x_1-4x_2-2x_3=-19. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1+x_2-2x_3=6, \\ 5x_1-3x_2+2x_3=4, \\ -2x_1+5x_2-4x_3=0. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 2x_1-x_2+3x_3=0, \\ x_1+2x_2-5x_3=0, \\ 3x_1+x_2+x_3=0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1+2x_2-3x_3=0, \\ 2x_1-3x_2+x_3=0, \\ 5x_1-x_2-2x_3=0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1-5x_2+3x_3+4x_4=4; \\ 2x_1-9x_2+2x_3+x_4=7; \\ x_1-4x_2-x_3-3x_4=3. \end{cases}$

ВАРИАНТ 20

I. $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}, i=4, j=3.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

III. 1) $\begin{cases} 3x_1-x_2+x_3=-11, \\ 5x_1+x_2+2x_3=8, \\ x_1+2x_2+4x_3=16. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3=2, \\ 5x_1+x_2+3x_3=4, \\ 7x_1+2x_2+4x_3=1. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 3x_1+2x_2-x_3=0, \\ 2x_1-x_2+3x_3=0, \\ 4x_1+3x_2+4x_3=0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x_1-x_2+5x_3=0, \\ 2x_1-3x_2+2x_3=0, \\ 2x_1+2x_2+3x_3=0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3-4x_4=1; \\ 3x_1+7x_2-2x_3+x_5=4; \\ 2x_1+5x_2+x_3+4x_4+x_5=3. \end{cases}$

ВАРИАНТ 21

I. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}, i=1, j=2.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 9, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 8x_3 = 4. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 0, \\ 5x_1 - 8x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0; \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1; \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$

ВАРИАНТ 22

I. $\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}, i=3, j=2.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = 2, \\ 4x_1 - 9x_2 - 8x_3 = 1. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_5 = 1; \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3; \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 2. \end{cases}$

ВАРИАНТ 23

I. $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}, i=4, j=4.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 2x_1+3x_2+x_3=12, \\ 2x_1+x_2+3x_3=16, \\ 3x_1+2x_2+x_3=8. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x_1+x_2-3x_3=1, \\ 3x_1+x_2-x_3=2, \\ x_1-2x_3=5. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 3x_1-2x_2+x_3=0, \\ 2x_1-3x_2+2x_3=0, \\ 4x_1+x_2-4x_3=0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1+4x_2-3x_3=0, \\ x_1-3x_2+2x_3=0, \\ 3x_1+x_2-x_3=0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1-x_2+4x_3+3x_4=0; \\ 3x_1-2x_2+x_3+2x_4=1; \\ 2x_1-x_2-3x_3-x_4=1. \end{cases}$

ВАРИАНТ 24

I. $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}, i=3, j=2.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} 5 & -8 & -4 \\ 7 & 0 & -5 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3=14, \\ 2x_1+3x_2-4x_3=-16, \\ 3x_1-2x_2-5x_3=-8. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1-5x_2+3x_3=4, \\ x_1+2x_2+x_3=8, \\ 2x_1-7x_2+2x_3=1. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 7x_1+x_2-3x_3=0, \\ 3x_1-2x_2+3x_3=0, \\ x_1-x_2+2x_3=0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x_1-6x_2-x_3=0, \\ 3x_1-3x_2+4x_3=0, \\ 4x_1-3x_2-5x_3=0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1-2x_2+2x_3-3x_4=0; \\ 2x_1-3x_2+x_3+4x_5=1; \\ 3x_1-5x_2+3x_3+3x_4+4x_5=1. \end{cases}$

ВАРИАНТ 25

I. $\begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}, i = 2, j = 3.$ **II.** $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 2, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2; \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 5; \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$

ВАРИАНТ 26

I. $\begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}, i = 4, j = 1.$ **II.** $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 4. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 7x_1 - 6x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 - 8x_2 + 7x_3 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 0; \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 1; \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 4x_4 - 3x_5 = 1. \end{cases}$

ВАРИАНТ 27

I. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix}, i=3, j=4.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 3 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -14, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -19. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 0, \\ 2x_1 - 5x_2 + 6x_3 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0; \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1; \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 1. \end{cases}$

ВАРИАНТ 28

I. $\begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}, i=1, j=2.$ **II.** $A=\begin{pmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -16, \\ x_1 + 3x_3 = -6, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 6x_3 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4; \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 - 3x_5 = 7; \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 3. \end{cases}$

ВАРИАНТ 29

I. $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}, i = 4, j = 4.$ **II.** $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -9, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = -2, \\ 3x_2 - 7x_3 = -6. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 2, \\ 5x_1 + x_2 - 5x_3 = 9. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} 8x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0, \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1; \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3; \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 - 5x_4 = 2. \end{cases}$

ВАРИАНТ 30

I. $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}, i = 2, j = 2.$ **II.** $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$

III. 1) $\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x_1 - 9x_2 + 5x_3 = 1, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 = 11, \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 5. \end{cases}$

IV. 1) $\begin{cases} x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$

V. $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_5 = 2; \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - x_4 = 5; \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 3. \end{cases}$

Методические указания к выполнению контрольной работы и решение типовых примеров

Литература: [1], гл. 1,2,3; [2], гл. 1,2,4; [3], гл. 1; [4], гл. 1.

Понятие матрицы имеет чрезвычайно важное значение для экономистов. Объясняется это тем, что значительная часть математических объектов и процессов записывается в достаточно простой, а главное – в компактной матричной форме. Особое внимание следует уделить решению систем линейных алгебраических уравнений, к которым приводит множество экономических задач. Также при решении различных прикладных задач часто приходится исследовать квадратичные формы.

Вопросы для самопроверки:

1. Приведите определение матрицы. Перечислите несколько видов матриц.
2. Сформулируйте арифметические операции над матрицами.
3. Что означает транспонирование матрицы?
4. Чем алгебраическое дополнение элемента матрицы отличается от минора того же элемента?
5. Перечислите свойства определителей.
6. Дайте определение обратной матрицы.
7. Запишите формулы Крамера.
8. В чем заключается метод Гаусса?

Задача I: Для данного определителя $\Delta = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$ найти миноры и алгебраические дополнения элементов a_{12}, a_{32}. Вычислить определитель Δ:

а) разложив его по элементам первой строки;

б) разложив его по элементам второго столбца;

в) получив предварительно нули в первой строке.

Решение: Найдем миноры указанных элементов:

$$M_{12}=\begin{vmatrix}2 & 1 & 4\\ 4 & -1 & 2\\ 3 & -1 & 4\end{vmatrix}=-8-16+6+12+4-16=-18;$$

$$M_{32}=\begin{vmatrix}-3 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 4\\ 3 & -1 & 4\end{vmatrix}=-12+12+0-0-12-8=-20;$$

Тогда соответствующие алгебраические дополнения равны:

$A_{12}=(-1)^{1+2}M_{12}=-(-18)=18;\quad A_{32}=(-1)^{3+2}M_{32}=-(-20)=20.$

а) Разложим определитель по элементам первой строки:

$$\Delta=a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+a_{13}A_{13}+a_{14}A_{14}=-3\cdot\begin{vmatrix}-2 & 1 & 4\\ 0 & -1 & 2\\ 1 & -1 & 4\end{vmatrix}-2\cdot\begin{vmatrix}2 & 1 & 4\\ 4 & -1 & 2\\ 3 & -1 & 4\end{vmatrix}+$$

$$+1\cdot\begin{vmatrix}2 & -2 & 4\\ 4 & 0 & 2\\ 3 & 1 & 4\end{vmatrix}+0\cdot\begin{vmatrix}2 & -2 & 1\\ 4 & 0 & -1\\ 3 & 1 & -1\end{vmatrix}=-3\cdot(8+2+0+4-4-0)-$$

$$-2\cdot(-8-16+6+12+4-16)+(0+16-12-0-4+32)+0=38.$$

б) Разложим определитель по элементам второго столбца:

$$\Delta=a_{12}A_{12}+a_{22}A_{22}+a_{32}A_{32}+a_{42}A_{42}=-2\cdot\begin{vmatrix}2 & 1 & 4\\ 4 & -1 & 2\\ 3 & -1 & 4\end{vmatrix}-2\cdot\begin{vmatrix}-3 & 1 & 0\\ 4 & -1 & 2\\ 3 & -1 & 4\end{vmatrix}+$$

$$+0\cdot\begin{vmatrix}-3 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 4\\ 3 & -1 & 4\end{vmatrix}+1\cdot\begin{vmatrix}-3 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 4\\ 4 & -1 & 2\end{vmatrix}=-2\cdot(-8+6-16+12+4-16)-$$

$$-2\cdot(12+6+0-0-6-16)+0+(-6+16+0-0-12-4)=38.$$

в) Вычислим определитель, получив предварительно нули в первой строке. Для этого используем свойства определителей. Умножим третий столбец определителя на 3 и прибавим к первому, затем умножим на (–2) и прибавим ко второму. Тогда в первой строке все элементы, кроме одного, будут нулями. Разложим полученный таким образом определитель по элементам первой строки и вычислим его:

$$\Delta=\begin{vmatrix}-3 & 2 & 1 & 0\\ 2 & -2 & 1 & 4\\ 4 & 0 & -1 & 2\\ 3 & 1 & -1 & 4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 5 & -4 & 1 & 4\\ 1 & 2 & -1 & 2\\ 0 & 3 & -1 & 4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}5 & -4 & 4\\ 1 & 2 & 2\\ 0 & 3 & 4\end{vmatrix}=40+0+12-0-$$

$$-30+16=38.$$

Задача II: Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix}-4 & 0 & 1\\ 2 & -1 & 3\\ 3 & 2 & 2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 2 & 0 & 1\\ -2 & 1 & 3\end{pmatrix}$.

Найти: а) $A\cdot B$; б) $B\cdot A$; в) A^{-1}; г) $A\cdot A^{-1}$; д) $A^{-1}\cdot A$.

Решение: а) Произведение $A\cdot B$ имеет смысл, так как число столбцов матрицы A равно числу строк матрицы B. Находим матрицу $C=A\cdot B$, элементы которой $c_{ij}=a_{i1}\cdot b_{1j}+a_{i2}\cdot b_{2j}+...+a_{in}\cdot b_{nj}$. Получим:

$$C=A\cdot B=$$

$$=\begin{pmatrix}-4 & 0 & 1\\ 2 & -1 & 3\\ 3 & 2 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 2 & 0 & 1\\ -2 & 1 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4+0-2 & -8+0+1 & 12+0+3\\ 2-2-6 & 4+0+3 & -6-1+9\\ 3+4-4 & 6+0+2 & -9+2+6\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}-6 & -7 & 15\\ -6 & 7 & 2\\ 3 & 8 & -1\end{pmatrix};$$

б) Аналогично вычислим $B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} -4+4-9 & 0-2-6 & 1+6-6 \\ -8+0+3 & 0+0+2 & 2+0+2 \\ 8+2+9 & 0-1+6 & -2+3+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & -8 & 1 \\ -5 & 2 & 4 \\ 19 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что $A \cdot B \neq B \cdot A$.

Обратную матрицу находим по формуле: $A^{-1} = \dfrac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$.

Определитель Δ можно найти по правилу треугольников следующим образом:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} -$$

$$- a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} - a_{23} \cdot a_{32} \cdot a_{11}.$$

Поучим: $\Delta = \begin{vmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 8 + 0 + 4 + 3 - 0 + 24 = 39 \neq 0,$ значит, обратная матрица существует.

Вычислим все алгебраические дополнения A_{ij}, которые находим путем вычеркивания из данного определителя $i-$ ой строки и $j-$ го столбца. Причем полученный таким образом определитель второго порядка берем со знаком «+», если сумма $(i+j)$ число четное и со знаком «–», если это число нечетное.

Определитель второго порядка находим по формуле: $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}.$

Итак, получаем:

$$A_{11}=\begin{vmatrix}-1 & 3\\ 2 & 2\end{vmatrix}=-2-6=-8;\quad A_{21}=-\begin{vmatrix}0 & 1\\ 2 & 2\end{vmatrix}=-(0-2)=2;\quad A_{31}=\begin{vmatrix}0 & 1\\ -1 & 3\end{vmatrix}=1;$$

$$A_{12}=-\begin{vmatrix}2 & 3\\ 3 & 2\end{vmatrix}=5;\qquad A_{22}=\begin{vmatrix}-4 & 1\\ 3 & 2\end{vmatrix}=-11;\qquad A_{32}=-\begin{vmatrix}-4 & 1\\ 2 & 3\end{vmatrix}=14;$$

$$A_{13}=\begin{vmatrix}2 & -1\\ 3 & 2\end{vmatrix}=7;\qquad A_{23}=-\begin{vmatrix}-4 & 0\\ 3 & 2\end{vmatrix}=8;\qquad A_{33}=\begin{vmatrix}-4 & 0\\ 2 & -1\end{vmatrix}=4.$$

Тогда $A^{-1}=\dfrac{1}{39}\begin{pmatrix}-8 & 2 & 1\\ 5 & -11 & 14\\ 7 & 8 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{8}{39} & \frac{2}{39} & \frac{1}{39}\\ \frac{5}{39} & -\frac{11}{39} & \frac{14}{39}\\ \frac{7}{39} & \frac{8}{39} & \frac{4}{39}\end{pmatrix}.$

г) $A\cdot A^{-1}=\begin{pmatrix}-4 & 0 & 1\\ 2 & -1 & 3\\ 3 & 2 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-\frac{8}{39} & \frac{2}{39} & \frac{1}{39}\\ \frac{5}{39} & -\frac{11}{39} & \frac{14}{39}\\ \frac{7}{39} & \frac{8}{39} & \frac{4}{39}\end{pmatrix}=$

$$=\begin{pmatrix}\frac{32}{39}+0+\frac{7}{39} & -\frac{8}{39}+0+\frac{8}{39} & -\frac{4}{39}+0+\frac{4}{39}\\[2mm] -\frac{16}{39}-\frac{5}{39}+\frac{21}{39} & \frac{4}{39}+\frac{11}{39}+\frac{24}{39} & \frac{2}{39}-\frac{14}{39}+\frac{12}{39}\\[2mm] -\frac{24}{39}+\frac{10}{39}+\frac{14}{39} & \frac{6}{39}-\frac{22}{39}+\frac{16}{39} & \frac{3}{39}+\frac{28}{39}+\frac{8}{39}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=E.$$

д) $A^{-1}\cdot A=\begin{pmatrix}-\frac{8}{39} & \frac{2}{39} & \frac{1}{39}\\ \frac{5}{39} & -\frac{11}{39} & \frac{14}{39}\\ \frac{7}{39} & \frac{8}{39} & \frac{4}{39}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-4 & 0 & 1\\ 2 & -1 & 3\\ 3 & 2 & 2\end{pmatrix}=$

$$=\begin{pmatrix} \frac{32}{39}+\frac{4}{39}+\frac{3}{39} & 0-\frac{2}{39}+\frac{2}{39} & -\frac{8}{39}+\frac{6}{39}+\frac{2}{39} \\ -\frac{20}{39}-\frac{22}{39}+\frac{42}{39} & 0+\frac{11}{39}+\frac{28}{39} & \frac{5}{39}-\frac{33}{39}+\frac{28}{39} \\ -\frac{28}{39}+\frac{16}{39}+\frac{12}{39} & 0-\frac{8}{39}+\frac{8}{39} & \frac{7}{39}+\frac{24}{39}+\frac{8}{39} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=E.$$

Задача III: Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее:

а) используя формулы Крамера;

б) с помощью обратной матрицы;

в) методом Гаусса.

1) $\begin{cases} x_1+5x_2-x_3=3; \\ 2x_1+4x_2-3x_3=2; \\ 3x_1-x_2-3x_3=-7. \end{cases}$ **2)** $\begin{cases} 2x_1-3x_2+x_3=2; \\ 3x_1+x_2-3x_3=1; \\ 5x_1-2x_2-2x_3=4. \end{cases}$

Решение: 1) Совместность данной системы проверим по теореме Кронекера-Капелли. С помощью элементарных преобразований найдем ранг матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & 5 & -1 \\ 2 & 4 & -3 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ данной системы и ранг расширенной матрицы $A/B=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -3 & 2 \\ 3 & -1 & -3 & -7 \end{array}\right)$.

Для этого умножим первую строку матрицы A/B на (–2) и сложим со второй, затем умножим первую строку на (–3) и сложим с третьей,

поменяем местами второй и третий столбцы. Получим:
$$A/B=\left(\begin{array}{ccc|c}1&5&-1&3\\2&4&-3&2\\3&-1&-3&-7\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&5&-1&3\\0&-6&-1&-4\\0&-16&0&-16\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&-1&5&3\\0&-1&-6&-4\\0&0&-16&-16\end{array}\right).$$
Следовательно, $r(A)=r(A/B)=3$, т.е. числу неизвестных. Значит, исходная система совместна и имеет единственное решение.

а) Составим и вычислим главный определитель системы:
$$\Delta=\begin{vmatrix}1&5&-1\\2&4&-3\\3&-1&-3\end{vmatrix}=-16.$$

Вычислим вспомогательные определители $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$. Эти определители записываем, заменяя соответствующий столбец главного определителя столбцом свободных членов исходной системы уравнений.
$$\Delta x_1=\begin{vmatrix}3&5&-1\\2&4&-3\\-7&-1&-3\end{vmatrix}=64;\ \Delta x_2=\begin{vmatrix}1&3&-1\\2&2&-3\\3&-7&-3\end{vmatrix}=-16;\ \Delta x_3=\begin{vmatrix}1&5&3\\2&4&2\\3&-1&-7\end{vmatrix}=32.$$
Находим решение по формулам Крамера:
$$x_1=\frac{\Delta x_1}{\Delta}=\frac{64}{-16}=-4;\qquad x_2=\frac{\Delta x_2}{\Delta}=\frac{-16}{-16}=1;\qquad x_3=\frac{\Delta x_3}{\Delta}=\frac{32}{-16}=-2.$$

б) В матричной форме система уравнений имеет вид
$$A\cdot X=B,$$
где A – матрица коэффициентов перед неизвестными:
$$A=\begin{pmatrix}1&5&-1\\2&4&-3\\3&-1&-3\end{pmatrix}$$

X – столбец неизвестных: $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$;

B – столбец свободных членов: $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix}$.

Методом обратной матрицы решение находим по формуле:

$$X = A^{-1} \cdot B,$$

где A^{-1} – обратная матрица к матрице A.

Из предыдущего пункта главный определитель $\Delta = -16$.

Вычислим все алгебраические дополнения A_{ij}:

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -15; \quad A_{21} = -\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = 16; \quad A_{31} = \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = -11;$$

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = -3; \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = 0; \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 1;$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -14; \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = 16; \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -6.$$

Составляем обратную матрицу по формуле:

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \frac{1}{-16} \begin{pmatrix} -15 & 16 & -11 \\ -3 & 0 & 1 \\ -14 & 16 & -6 \end{pmatrix}.$$

Искомое решение равно:

$$X = A^{-1} \cdot B = -\frac{1}{16} \begin{pmatrix} -15 & 16 & -11 \\ -3 & 0 & 1 \\ -14 & 16 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix} = -\frac{1}{16} \begin{pmatrix} -45 + 32 + 77 \\ -9 + 0 - 7 \\ -42 + 32 + 42 \end{pmatrix} = -\frac{1}{16} \begin{pmatrix} 64 \\ -16 \\ 32 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

в) Решим систему уравнений методом Гаусса. Исключим x_1 из второго и третьего уравнений. Для этого первое уравнение умножим на (–2) и прибавим ко второму, затем первое уравнение умножим на (–3) и прибавим к третьему: $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 3; \\ \quad -6x_2 - x_3 = -4; \\ \quad -16x_2 \qquad = -16. \end{cases}$ Отсюда из последнего уравнения получим: $x_2 = \dfrac{-16}{-16} = 1$. Подставляем это значение во второе уравнение полученной системы: $-6 \cdot 1 - x_3 = -4 \Rightarrow x_3 = -2$. Далее подставим найденные значения x_2 и x_3 в первое уравнение: $x_1 + 5 \cdot 1 - (-2) = 3 \Rightarrow x_1 = -4$.

Ответ: $x_1 = -4; \quad x_2 = 1; \quad x_3 = -2.$

2) Совместность данной системы проверим по теореме Кронекера-Капелли. С помощью элементарных преобразований найдем ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -3 \\ 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ данной системы и ранг расширенной матрицы $A/B = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -3 & 1 \\ 5 & -2 & -2 & 4 \end{array}\right)$.

Для этого меняем третий и первый столбцы местами, умножаем первую строку матрицы A/B на 3 и прибавляем ко второй, умножаем первую строку на 2 и прибавляем к третьей, умножаем вторую строку на (–1) и прибавляем к третьей. Получим:

$$A/B=\left(\begin{array}{ccc|c}2&-3&1&2\\3&1&-3&1\\5&-2&-2&4\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&-3&2&2\\-3&1&3&1\\-2&-2&5&4\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&-3&2&2\\0&-8&9&7\\0&-8&9&8\end{array}\right)\sim$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&-3&2&2\\0&-8&9&7\\0&0&0&1\end{array}\right).$$

Следовательно, $r(A)=2;\quad r(A/B)=3$. Так как $r(A)\neq r(A/B)$, значит, исходная система несовместна и решений не имеет.

Ответ: Система несовместна.

Задача IV: Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений: 1) $\begin{cases}2x_1-4x_2+5x_3=0;\\x_1+2x_2-3x_3=0;\\3x_1-x_2+2x_3=0.\end{cases}$ 2) $\begin{cases}3x_1+4x_2-x_3=0;\\x_1-3x_2+5x_3=0;\\4x_1+x_2+4x_3=0.\end{cases}$

Решение: 1) Определитель системы $\Delta=\begin{vmatrix}2&-4&5\\1&2&-3\\3&-1&2\end{vmatrix}=11\neq 0$, поэтому система имеет единственное нулевое решение: $x_1=x_2=x_3=0$.

Ответ: $x_1=x_2=x_3=0$.

2) Определитель системы $\Delta=\begin{vmatrix}3&4&-1\\1&-3&5\\4&1&4\end{vmatrix}=0$, поэтому система имеет бесчисленное множество решений. Так как ранг матрицы системы равен 2, а количество неизвестных равно 3, то возьмем любые два уравнения системы и найдем ее решение. Получим: $\begin{cases}3x_1+4x_2-x_3=0;\\x_1-3x_2+5x_3=0.\end{cases}$ В качестве базисных неизвестных возьмем x_1 и x_2. Выразим их через свободную переменную x_3. Для этого умножим второе уравнение на (–3) и

прибавим к нему первое уравнение: $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0; \\ \quad 13x_2 - 16x_3 = 0. \end{cases}$ Из второго уравнения $x_2 = \dfrac{16}{13} x_3$. Подставим это значение в первое уравнение: $3x_1 + 4 \cdot \dfrac{16}{13} x_3 - x_3 = 0 \Rightarrow x_1 = -\dfrac{17}{13} x_3$. Полагая $x_3 = 13k$, где $k-$ любое значение, получим: $x_1 = -17k; \quad x_2 = 16k.$

Ответ: $x_1 = -17k; \quad x_2 = 16k; \quad x_3 = 13k, \quad k -$ любое.

Задача V: Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1; \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 3; \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 2. \end{cases}$$

Решение: Решим систему уравнений методом Гаусса. Исключим x_1 из второго и третьего уравнений. Для этого первое уравнение умножим на (-4) и прибавим ко второму, затем первое уравнение умножим на (-3) и прибавим к третьему: $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1; \\ \quad x_2 + 10x_3 + 15x_4 = -1; \\ \quad x_2 + 10x_3 + 15x_4 = -1. \end{cases}$ В полученной системе уравнений второе и третье одинаковые. Исключим одно из них: $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1; \\ \quad x_2 + 10x_3 + 15x_4 = -1. \end{cases}$ Примем базисными неизвестными x_1 и x_2 (можно брать и другие пары неизвестных) и выразим их через независимые x_3 и x_4: $\begin{cases} x_1 = 1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4; \\ x_2 = -1 - 10x_3 - 15x_4. \end{cases}$ Далее подставляем значение x_2 в первое уравнение и окончательно имеем: $\begin{cases} x_1 = 2 + 13x_3 + 19x_4; \\ x_2 = -1 - 10x_3 - 15x_4. \end{cases}$ Полагая $x_3 = k; \ x_4 = m$, где k и m –

произвольные, получим решение исходной системы уравнений: $x_1 = 2 + 13k + 19m;\quad x_2 = -1 - 10k - 15m;\quad x_3 = k;\quad x_4 = m.$

Ответ: $(2 + 13k + 19m; -1 - 10k - 15m;\ k;\ m).$

Рекомендуемая литература

1. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов. – М.: Юнити, 2002.
2. Малугин В.А. Математика для экономистов. Линейная алгебра. – М.: Эксмо, 2006.
3. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономистов. – Спб.: Питер, 2005.
4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. 1 часть. – М.: Рольф, 2002.

В авторской редакции
Компьютерная верстка Вахниной О.В.

Подписано в печать . Усл. печ. л. 1,8.
Тираж . Заказ .
ИПК ФГОУ ВПО ВГСХА «Нива»
400002, г. Волгоград, пр. Университетский, 26