РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Дифференциальные уравнения

Ряды

I

Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения.

1

1.1. $e^{x+3y}dy = xdx.$

1.2. $y' \sin x = y \ln y.$

1.3. $y' = (2x - 1) \operatorname{ctg} y.$

1.4. $\cos^3 y \cdot y' - \cos(2x + y) = \cos(2x - y).$

1.5. $(1 + e^x)ydy - e^y dx = 0.$

1.6. $(y^2 + 3)dx - \frac{e^x}{x} ydy = 0.$

1.7. $\sin y \cos xdy = \cos y \sin xdx.$

1.8. $y' = (2y + 1) \operatorname{tg} x.$

1.9. $(\sin(x + y) + \sin(x - y))dx + \frac{dy}{\cos y} = 0$

1.10. $(1 + e^x)yy' = e^x.$

1.11. $\sin x \operatorname{tg} ydx - \frac{dy}{\sin x} = 0.$

1.12. $3e^x \sin ydx + (1 - e^x) \cos ydy = 0.$

1.13. $y' = e^{2x}/\ln y.$

1.14. $3^{x^2+y}dy + xdx = 0.$

1.15. $3^{y^2-x^2} = yy'/x.$

1.16. $y' = e^{x^2}x(1 + y^2).$

1.17. $\operatorname{ctg} x \cos^2 ydx + \sin^2 x \operatorname{tg} ydy = 0.$

1.18. $\sin x \cdot y' = y \cos x + 2 \cos x.$

1.19. $1 + (1 + y')e^y = 0.$

1.20. $y' \operatorname{ctg} x + y = 2.$

1.21. $\frac{e^{-x^2}dy}{x} + \frac{dx}{\cos^2 y} = 0.$

1.22. $e^x \sin ydx + \operatorname{tg} ydy = 0.$

1.23. $(1 + e^{3y})xdx = e^{3y}dy.$

1.24. $(\sin(2x + y) - \sin(2x - y))dx = \frac{dy}{\sin y}.$

1.25. $\cos ydx = 2\sqrt{1 + x^2}dy + \cos y\sqrt{1 + x^2}dy.$

1.26. $y'\sqrt{1 - x^2} - \cos^2 y = 0.$

1.27. $y' + \sin(x + y) = \sin(x - y).$

2

2.1. $(xy + x^3y)y' = 1 + y^2$.

2.2. $y'/7^{y-x} = 3$.

2.3. $y - xy' = 2(1 + x^2y')$.

2.4. $y - xy' = 1 + x^2y'$.

2.5. $(x + 4)dy - xydx = 0$.

2.6. $y' + y + y^2 = 0$.

2.7. $y^2 \ln xdx - (y - 1)xdy = 0$.

2.8. $(x + xy^2)dy + ydx - y^2dx = 0$.

2.9. $y' + 2y - y^2 = 0$.

2.10. $(x^2 + x)ydx + (y^2 + 1)dy = 0$.

2.11. $(xy^3 + x)dx + (x^2y^2 - y^2)dy = 0$.

2.12. $(1 + y^2)dx - (y + yx^2)dy = 0$.

2.13. $y' = 2xy + x$.

2.14. $y - xy' = 3(1 + x^2y')$.

2.15. $2xyy' = 1 - x^2$.

2.16. $(x^2 - 1)y' - xy = 0$.

2.17. $(y^2x + y^2)dy + xdx = 0$.

2.18. $(1 + x^3)y^3dx - (y^2 - 1)x^3dy = 0$.

2.19. $xy' - y = y^2$.

2.20. $\sqrt{y^2 + 1}\,dx = xydy$.

2.21. $y' - xy^2 = 2xy$.

2.22. $2x^2yy' + y^2 = 2$.

2.23. $y' = (1 + y^2)/(1 + x^2)$.

2.24. $y'\sqrt{1 + y^2} = x^2/y$.

2.25. $(y + 1)y' = \dfrac{y}{\sqrt{1 - x^2}} + xy$.

2.26. $(1 + x^2)y' + y\sqrt{1 + x^2} = xy$.

2.27. $xyy' = \dfrac{1 + x^2}{1 - y^2}$.

3.1. $2x^3y' = y(2x^2 - y^2)$.

3.2. $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$.

3.3. $(x + 2y)dx - xdy = 0$.

3.4. $(x - y)dx + (x + y)dy = 0$.

3.5. $(y^2 - 2xy)dx + x^2dy = 0$.

3.6. $y^2 + x^2y' = xyy'$.

3.7. $xy' - y = x \operatorname{tg}(y/x)$.

3.8. $xy' = y - xe^{y/x}$.

3.9. $xy' - y = (x + y) \ln((x + y)/x)$.

3.10. $xy' = y \cos \ln(y/x)$.

3.11. $\left(y + \sqrt{xy}\right)dx = xdy$.

3.12. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$.

3.13. $y = x\left(y' - \sqrt[x]{e^y}\right)$.

3.14. $y' = y/x - 1$.

3.15. $y'x + x + y = 0$.

3.16. $ydx + \left(2\sqrt{xy} - x\right)dy = 0$.

3.17. $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2}\,dx$.

3.18. $(4x^2 + 3xy + y^2)dx + (4y^2 + 3xy + x^2)dy = 0$.

3.19. $(x - y)ydx - x^2dy = 0$.

3.20. $xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$.

3.21. $(x^2 - 2xy)y' = xy - y^2$.

3.22. $\left(2\sqrt{xy} - y\right)dx + xdy = 0$.

3.23. $xy' + y\left(\ln\frac{y}{x} - 1\right) = 0$.

3.24. $(x^2 + y^2)dx + 2xydy = 0$.

3.25. $(y^2 - 2xy)dx - x^2dy = 0$.

3.26. $(x + 2y)dx + xdy = 0$.

3.27. $(2x - y)dx + (x + y)dy = 0$.

4. Найти частное решение (частный интеграл) дифференциального уравнения.

4.1. $(x^2+1)y'+4xy=3, \quad y(0)=0.$

4.2. $y'+2xy=xe^{-x^2}, \quad y(0)=0.$

4.3. $(1-x)(y'+y)=e^{-x}, \quad y(0)=0.$

4.4. $xy'-2y=2x^4, \quad y(1)=0.$

4.5. $y'=2x(x^2+y), \quad y(0)=0.$

4.6. $y'-y=e^x, \quad y(0)=1.$

4.7. $xy'+y+xe^{-x^2}=0, \quad y(1)=\frac{1}{2e}.$

4.8. $\cos y dx=(x+2\cos y)\sin y dy, \quad y(0)=\pi/4.$

4.9. $x^2y'+xy+1=0, \quad y(1)=0.$

4.10. $yx'+x=4y^3+3y^2, \quad y(2)=1.$

4.11. $(2x+y)dy=ydx+4\ln ydy, \quad y(0)=1.$

4.12. $y'=y/(3x-y^2), \quad y(0)=1.$

4.13. $(1-2xy)y'=y(y-1), \quad y(0)=1.$

4.14. $x(y'-y)=e^x, \quad y(1)=0.$

4.15. $y=x(y'-x\cos x), \quad y(\pi/2)=0.$

4.16. $(xy'-1)\ln x=2y, \quad y(e)=0.$

4.17. $(2e^y-x)y'=1, \quad y(0)=0.$

4.18. $xy'+(x+1)y=3x^2e^{-x}, \quad y(1)=0.$

4.19. $(x+y^2)dy=ydx, \quad y(0)=1.$

4.20. $(\sin^2 y+x\operatorname{ctg} y)y'=1, \quad y(0)=\pi/2.$

4.21. $(x+1)y'+y=x^3+x^2, \quad y(0)=0.$

4.22. $(xy'-2y+x^2=0, \quad y(1)=0.$

4.23. $xy'+y=\sin x, \quad y(\pi/2)=2/\pi.$

4.24. $(x^2-1)y'-xy=x^3-x, \quad y(\sqrt{2})=1.$

4.25. $(1-x^2)y'+xy=1, \quad y(0)=1.$

4.26. $y'\operatorname{ctg} x-y=2\cos^2 x\operatorname{ctg} x, \quad y(0)=0.$

4.27. $x^2y'=2xy+3, \quad y(1)=-1.$

5. Найти общее решение дифференциального уравнения.

5.1. $y' + y = x\sqrt{y}$.

5.2. $y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$.

5.3. $y' + 2y = y^2 e^x$.

5.4. $y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x$.

5.5. $xydy = (y^2 + x)dx$.

5.6. $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$.

5.7. $y'x^3 \sin y = xy' - 2y$.

5.8. $(2x^2 y \ln y - x)y' = y$.

5.9. $2y' - \frac{x}{y} = \frac{xy}{x^2 - 1}$.

5.10. $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y$.

5.11. $xy^2 y' = x^2 + y^3$.

5.12. $(x + 1)(y' + y^2) = -y$.

5.13. $y'x + y = -xy^2$.

5.14. $y' - xy = -y^3 e^{-x^2}$.

5.15. $xy' - 2\sqrt{x^3 y} = y$.

5.16. $y' + xy = x^3 y^3$.

5.17. $y' = \frac{x}{y} e^{2x} + y$.

5.18. $yx' + x = -yx^2$.

5.19. $x(x - 1)y' + y^3 = xy$.

5.20. $2x^3 yy' + 3x^2 y^2 + 1 = 0$.

5.21. $\frac{dx}{x} = \left(\frac{1}{y} - 2x\right)dy$.

5.22. $y' + x\sqrt[3]{y} = 3y$.

5.23. $xy' + y = y^2 \ln x$.

5.24. $xdx = (x^2/y - y^3)dy$.

5.25. $y' + 2xy = 2x^3 y^3$.

5.26. $y' + y = x/y^2$.

5.27. $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0$.

II

1. Найти частное решение дифференциального уравнения и вычислить значение полученной функции $y=\varphi(x)$ при $x=x_0$ с точностью до двух знаков после запятой.

1.1. $y'''=\sin x,\ x_0=\pi/2,\ y(0)=1,\ y'(0)=0,\ y''(0)=0.$

1.2. $y'''=1/x,\quad x_0=2,\quad y(1)=1/4,\quad y'(1)=y''(1)=0.$

1.3. $y''=1/\cos^2 x,\ x_0=\pi/3,\ y(0)=1,\ y'(0)=3/5.$

1.4. $y'''=6/x^3,\quad x_0=2,\quad y(1)=0,\quad y'(1)=5,\quad y''(1)=1.$

1.5. $y''=4\cos 2x,\ x_0=\pi/4,\ y(0)=1,\ y'(0)=3.$

1.6. $y''=1/(1+x^2),\ x_0=1,\ y(0)=0,\ y'(0)=0.$

1.7. $xy'''=2,\ x_0=2,\ y(1)=1/2,\ y'(1)=y''(1)=0.$

1.8. $y'''=e^{2x},\ x_0=\frac{1}{2},\ y(0)=\frac{9}{8},\ y'(0)=\frac{1}{4},\ y''(0)=-\frac{1}{2}.$

1.9. $y'''=\cos^2 x,\quad x_0=\pi,\quad y(0)=1,\quad y'(0)=-1/8,\quad y''(0)=0.$

1.10. $y''=1/\sqrt{1-x^2},\ x_0=1,\ y(0)=2,\ y'(0)=3.$

1.11. $y''=\frac{1}{\sin^2 2x},\ x_0=\frac{5}{4}\pi,\ y\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4},\ y'\left(\frac{\pi}{4}\right)=1.$

1.12. $y''=x+\sin x,\ x_0=5,\ y(0)=-3,\ y'(0)=0.$

1.13. $y''=\operatorname{arctg} x,\ x_0=1,\ y(0)=y'(0)=0.$

1.14. $y''=\operatorname{tg} x\cdot\frac{1}{\cos^2 x},\ x_0=\pi/4,\ y(0)=1/2,\ y'(0)=0.$

1.15. $y'''=e^{x/2}+1,\ x_0=2,\ y(0)=8,\ y'(0)=5,\quad y''(0)=2.$

1.16. $y''=x/e^{2x},\ x_0=-1/2,\ y_0(0)=1/4,\ y'(0)=-1/4.$

1.17. $y''=\sin^2 3x,\ x_0=\pi/12,\ y(0)=-\pi^2/16,\quad y'(0)=0.$

1.18. $y'''=x\sin x,\ x_0=\pi/2,\ y(0)=0,\ y'(0)=0,\ y''(0)=0.$

1.19. $y''' \sin^4 x = \sin 2x, \quad x_0 = 5\pi/2, \quad y(\pi/2) = \pi/2,$
$y'(\pi/2) = 1, \; y''(\pi/2) = -1.$

1.20. $y'' = \cos x + e^{-x}, \; x_0 = \pi, \; y(0) = -e^{-\pi}, \quad y'(0) = 1.$

1.21. $y'' = \sin^3 x, x_0 = 2{,}5\pi, y(\pi/2) = -7/9, \quad y'(\pi/2) = 0.$

1.22. $y''' = \sqrt{x} - \sin 2x, \; x_0 = 1, \; y(0) = -1/8, \quad y'(0) =$
$= \frac{1}{8} \cos 2, \; y''(0) = \frac{1}{2}.$

1.23. $y'' = \frac{1}{\cos^2 (x/2)}, \; x_0 = 4\pi, \; y(0) = 0, \; y'(0) = 1$

1.24. $y'' = 2 \sin x \cos^2 x, x_0 = \pi/2, y(0) = -5/9, y'(0) = -2/3.$

1.25. $y'' = 2 \sin^2 x \cos x, \; x_0 = \pi, \; y(0) = 1/9, \quad y'(0) = 1.$

1.26. $y'' = 2 \sin x \cos^2 x - \sin^3 x, \quad x_0 = \pi/2, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$

1.27. $y'' = 2 \cos x \sin^2 x - \cos^3 x, \; x_0 = \pi/2, \quad y(0) = 2/3, y'(0) = 2.$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения,допускающего понижение порядка.

2.1. $(1-x^2)y''-xy=2.$

2.2. $2xy'y''=y'^2-1.$

2.3. $x^3y''+x^2y'=1.$

2.4. $y''+y'\operatorname{tg}x=\sin 2x.$

2.5. $y''x\ln x=y'.$

2.6. $xy''-y'=x^2e^x.$

2.7. $y''x\ln x=2y'.$

2.8. $x^2y''+xy'=1.$

2.9. $y''=-x/y.$

2.10. $xy''=y'.$

2.11. $y''=y'+x.$

2.12. $xy''=y'+x^2.$

2.13. $xy''=y'\ln(y'/x).$

2.14. $xy''+y'=\ln x.$

2.15. $y''\operatorname{tg}x=y'+1.$

2.16. $y''+2xy'^2=0.$

2.17. $2xy'y''=y'^2+1.$

2.18. $y''-\frac{y'}{x-1}=x(x-1).$

2.19. $y'''x\ln x=y''.$

2.20. $y''-2y'\operatorname{ctg}x=\sin^3 x.$

2.21. $y''+4y'=2x^2.$

2.22. $xy''-y'=2x^2e^x.$

2.23. $x(y''+1)+y'=0.$

2.24. $y''+4y'=\cos 2x.$

2.25. $y''+y'=\sin x.$

2.26. $x^2y''=y'^2.$

2.27. $2xy''y'=y'^2-4.$

III

Найти общее решение дифференциального уравнения.

1.1. а) $y'' + 4y = 0$; б) $y'' - 10y' + 25y = 0$; в) $y'' + 3y' + 2y = 0$.

1.2. а) $y'' - y' - 2y = 0$; б) $y'' + 9y = 0$; в) $y'' + 4y' + 4y = 0$.

1.3. а) $y'' - 4y' = 0$; б) $y'' - 4y' + 13y = 0$; в) $y'' - 3y' + 2y = 0$.

1.4. а) $y'' - 5y' + 6y = 0$; б) $y'' + 3y' = 0$; в) $y'' + 2y' + 5y = 0$.

1.5. а) $y'' - 2y' + 10y = 0$; б) $y'' + y' - 2y = 0$; в) $y'' - 2y' = 0$.

1.6. а) $y'' - 4y = 0$; б) $y'' + 2y' + 17y = 0$; в) $y'' - y' - 12y = 0$.

1.7. а) $y'' + y' - 6y = 0$; б) $y'' + 9y' = 0$; в) $y'' - 4y' + 20y = 0$.

1.8. а) $y'' - 49y = 0$; б) $y'' - 4y' + 5y = 0$; в) $y'' + 2y' - 3y = 0$.

1.9. а) $y'' + 7y' = 0$; б) $y'' - 5y' + 4y = 0$; в) $y'' + 16y = 0$.

1.10. а) $y'' - 6y' + 8y = 0$; б) $y'' + 4y' + 5y = 0$; в) $y'' + 5y' = 0$.

1.11. а) $4y'' - 8y' + 3y = 0$; б) $y'' - 3y' = 0$; в) $y'' - 2y' + 10y = 0$.

1.12. а) $y'' + 4y' + 20y = 0$; б) $y'' - 3y' - 10y = 0$; в) $y'' - 16y = 0$.

1.13. а) $9y'' + 6y' + y = 0$; б) $y'' - 4y' - 21y = 0$; в) $y'' + y = 0$.

1.14. а) $2y'' + 3y' + y = 0$; б) $y'' + 4y' + 8y = 0$; в) $y'' - 6y' + 9y = 0$.

1.15. а) $y'' - 10y' + 21y = 0$; б) $y'' - 2y' + 2y = 0$; в) $y'' + 4y' = 0$.

1.16. а) $y'' + 6y' = 0$; б) $y'' + 10y' + 29y = 0$; в) $y'' - 8y' + 7y = 0$.

1.17. а) $y'' + 25y = 0$; б) $y'' + 6y' + 9y = 0$; в) $y'' + 2y' + 2y = 0$.

1.18. а) $y'' - 3y' = 0$; б) $y'' - 7y' - 8y = 0$; в) $y'' + 4y' + 13y = 0$.

1.19. а) $y'' - 3y' - 4y = 0$; б) $y'' + 6y' + 13y = 0$; в) $y'' + 2y' = 0$.

1.20. а) $y'' + 25y' = 0$; б) $y'' - 10y' + 16y = 0$; в) $y'' - 8y' + 16y = 0$.

1.21. а) $y'' - 3y' - 18y = 0$; б) $y'' - 6y' = 0$; в) $y'' + 2y' + 5y = 0$.

1.22. а) $y'' - 6y' + 13y = 0$; б) $y'' - 2y' - 15y = 0$; в) $y'' - 8y' = 0$.

1.23. а) $y'' + 2y' + y = 0$; б) $y'' + 6y' + 25y = 0$; в) $y'' - 4y' = 0$.

1.24. а) $y'' + 10y' = 0$; б) $y'' - 6y' + 8y = 0$; в) $4y'' + 4y' + y = 0$.

1.25. а) $y'' + 5y = 0$; б) $9y'' - 6y' + y = 0$; в) $y'' + 6y' + 8y = 0$.

1.26. а) $y'' + 6y' + 10y = 0$; б) $y'' - 4y' + 4y = 0$; в) $y'' - 5y' + 4y = 0$.

1.27. а) $y'' - y = 0$; б) $4y'' + 8y' - 5y = 0$; в) $y'' - 6y' + 10y = 0$.

2

2.1. $y'' + y' = 2x - 1.$

2.2. $y'' - 2y' + 5y = 10e^{-x}\cos 2x.$

2.3. $y'' - 2y' - 8y = 12\sin 2x - 36\cos 2x.$

2.4. $y'' - 12y' + 36y = 14e^{6x}.$

2.5. $y'' - 3y' + 2y = (34 - 12x)e^{-x}.$

2.6. $y'' - 6y' + 10y = 51e^{-x}.$

2.7. $y'' + y = 2\cos x - (4x + 4)\sin x.$

2.8. $y'' + 6y' + 10y = 74e^{3x}.$

2.9. $y'' - 3y' + 2y = 3\cos x + 19\sin x.$

2.10. $y'' + 6y' + 9y = (48x + 8)e^{x}.$

2.11. $y'' + 5y' = 72e^{2x}.$

2.12. $y'' - 5y' - 6y = 3\cos x + 19\sin x.$

2.13. $y'' - 8y' + 12y = 36x^4 - 96x^3 + 24x^2 + 16x - 2.$

2.14. $y'' + 8y' + 25y = 18e^{5x}.$

2.15. $y'' - 9y' + 20y = 126e^{-2x}.$

2.16. $y'' + 36y = 36 + 66x - 36x^3.$

2.17. $y'' + y = -4\cos x - 2\sin x.$

2.18. $y'' + 2y' - 24y = 6\cos 3x - 33\sin 3x.$

2.19. $y'' + 6y' + 13y = -75\sin 2x.$

2.20. $y'' + 5y' = 39\cos 3x - 105\sin 3x.$

2.21. $y'' - 4y' + 29y = 104\sin 5x.$

2.22. $y'' - 4y' + 5y = (24\sin x + 8\cos x)e^{-2x}.$

2.23. $y'' + 16y = 8\cos 4x.$

2.24. $y'' + 9y = 9x^4 + 12x^2 - 27.$

2.25. $y'' - 12y' + 40y = 2e^{6x}.$

2.26. $y'' + 4y' = e^{x}(24\cos 2x + 2\sin 2x).$

2.27. $y'' + 2y' + y = 6e^{-x}.$

3

3.1. $y'' - 8y' + 17y = 10e^{2x}$.

3.2. $y'' + y' - 6y = (6x + 1)e^{3x}$.

3.3. $y'' - 7y' + 12y = 3e^{4x}$.

3.4. $y'' - 2y' = 6 + 12x - 24x^2$.

3.5. $y'' - 6y' + 34y = 18 \cos 5x + 60 \sin 5x$.

3.6. $y'' - 2y' = (4x + 4)e^{2x}$.

3.7. $y'' + 2y' + y = 4x^3 + 24x^2 + 22x - 4$.

3.8. $y'' - 4y' = 8 - 16x$.

3.9. $y'' - 2y' + y = 4e^x$.

3.10. $y'' - 8y' + 20y = 16(\sin 2x - \cos 2x)$.

3.11. $y'' - 6y' + 13y = 34e^{-3x} \sin 2x$.

3.12. $y'' + 2y' - 3y = (12x^2 + 6x - 4)e^x$.

3.13. $y'' + 4y' + 4y = 6e^{-2x}$.

3.14. $y'' + 3y' = 10 - 6x$.

3.15. $y'' + 10y' + 25y = 40 + 52x - 240x^2 - 200x^3$.

3.16. $y'' + 4y' + 20y = 4 \cos 4x - 52 \sin 4x$.

3.17. $y'' + 4y' + 5y = 5x^2 - 32x + 5$.

3.18. $y'' + 2y' + y = (12x - 10)e^{-x}$.

3.19. $y'' - 4y = (-24x - 10)e^{2x}$.

3.20. $y'' + 6y' + 9y = 72e^{3x}$.

3.21. $y'' + 16y = 80e^{2x}$.

3.22. $y'' + 4y' = 15e^x$.

3.23. $y'' + y' - 2y = 9 \cos x - 7 \sin x$.

3.24. $y'' + 2y' + y = (18x + 8)e^{-x}$.

3.25. $y'' - 14y' + 49y = 144 \sin 7x$.

3.26. $y'' + 9y = 10e^{3x}$.

3.27. $4y'' - 4y' + y = -25 \cos x$.

4. Найти частное решение (частный интеграл) дифференциального уравнения.

4.1. $y'' - 2y' + y = -12\cos 2x - 9\sin 2x, y(0) = -2, y'(0) = 0.$
4.2. $y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 39x + 65, y(0) = -1, y'(0) = 1.$
4.3. $y'' + 2y' + 2y = 2x^2 + 8x + 6, y(0) = 1, \quad y'(0) = 4.$
4.4. $y'' - 6y' + 25y = 9\sin 4x - 24\cos 4x, y(0) = 2, y'(0) = -2.$
4.5. $y'' - 14y' + 53y = 53x^3 - 42x^2 + 59x - 14, y(0) = 0, y'(0) = 7.$
4.6. $y'' + 6y = e^x(\cos 4x - 8\sin 4x), y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$
4.7. $y'' - 4y' + 20y = 16xe^{2x}, y(0) = 1, y'(0) = 2.$
4.8. $y'' - 12y' + 36y = 32\cos 2x + 24\sin 2x, y(0) = 2, y'(0) = 4.$
4.9. $y'' + y = x^3 - 4x^2 + 7x - 10, \quad y(0) = 2, y'(0) = 3.$
4.10. $y'' - y = (14 - 16x)e^{-x}, y(0) = 0, y'(0) = -1.$
4.11. $y'' + 8y' + 16y = 16x^2 - 16x + 66, y(0) = 3, y'(0) = 0.$
4.12. $y'' + 10y' + 34y = -9e^{-5x}, \quad y(0) = 0. y'(0) = 6.$
4.13. $y'' - 6y' + 25y = (32x - 12)\sin x - 36x\cos 3x, y(0) = 4, y'(0) = 0.$
4.14. $y'' + 25y = e^x(\cos 5x - 10\sin 5x), y(0) = 3, y'(0) = -4.$
4.15. $y'' + 2y' + 5y = -8e^{-x}\sin 2x, y(0) = 2, y'(0) = 6.$
4.16. $y'' - 10y' + 25y = e^{5x}, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0.$
4.17. $y'' + y' - 12y = (16x + 22)e^{4x}, y(0) = 3, y'(0) = 5.$
4.18. $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 + 6x - 12, y(0) = 0, y'(0) = 2.$
4.20. $y'' - 2y' + 37y = 36e^x\cos 6x, y(0) = 0, \quad y'(0) = 6.$
4.21. $y'' - 8y' = 16 + 48x^2 - 128x^3, y(0) = -1, \quad y'(0) = 14.$
4.22. $y'' + 12y' + 36y = 72x^3 - 18, y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$
4.23. $y'' + 3y' = (40x + 58)e^{2x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 2.$
4.24. $y'' - 9y' + 18y = 26\cos x - 8\sin x, y(0) = 0, y'(0) = 2.$
4.25. $y'' + 8y' = 18x + 60x^2 - 32x^3, y(0) = 5, \quad y'(0) = 2.$
4.26. $y'' - 3y' + 2y = -\sin x - 7\cos x, y(0) = 2, y'(0) = 7.$
4.27. $y'' + 2y' = 6x^2 + 2x + 1, y(0) = 2, y'(0) = 2.$

5. Определить и записать структуру частного решения y^* линейного неоднородного дифференциального уравнения по виду функции $f(x)$.

5.1. $2y'' - 7y' + 3y = f(x)$; а) $f(x) = (2x+1)e^{3x}$; б) $f(x) = \cos 3x$.

5.2. $3y'' - 7y' + 2y = f(x)$; а) $f(x) = 3xe^{2x}$; б) $f(x) = \sin 2x - 3\cos 2x$.

5.3. $y'' - 8y' + 16y = f(x)$; а) $f(x) = 2xe^{4x}$; б) $f(x) = \cos 4x + 2\sin 4x$.

5.4. $2y'' - 9y' + 4y = f(x)$; а) $f(x) = -2e^{4x}$; б) $f(x) = e^x \cos 4x$.

5.5. $y'' + 49y = f(x)$; а) $f(x) = x^3 + 4x$; б) $f(x) = 3\sin 7x$.

5.6. $3y'' + 10y' + 3y = f(x)$; а) $f(x) = e^{-3x}$; б) $f(x) = 2\cos 3x - \sin 3x$.

5.7. $y'' - 3y' + 2y = f(x)$; а) $f(x) = 2e^x$; б) $f(x) = 3\cos 4x$.

5.8. $y'' - 4y' + 4y = f(x)$; а) $f(x) = \sin 2x$; б) $f(x) = x^2 - 4$.

5.9. $y'' - y' + y = f(x)$; а) $f(x) = e^x \cos x$; б) $f(x) = 7x + 2$.

5.10. $y'' - 3y' = f(x)$; а) $f(x) = 2x^2 - 5x$; б) $f(x) = e^{-x}\sin 2x$.

5.11. $y'' + 3y' - 4y = f(x)$; а) $f(x) = 3xe^{-4x}$; б) $f(x) = \sin x$.

5.12. $y'' + 36y = f(x)$; а) $f(x) = 4xe^{-x}$; б) $f(x) = 2\sin 6x$.

5.13. $y'' - 6y' + 9y = f(x)$; а) $f(x) = (x-2)e^{3x}$; б) $f(x) = 4\cos x$.

5.14. $4y'' - 5y' + y = f(x)$; а) $f(x) = (4x+2)e^x$; б) $f(x) = e^x \sin 3x$.

5.15. $4y'' + 7y' - 2y = f(x)$; а) $f(x) = 3e^{-2x}$; б) $f(x) = \cos 2x$.

5.16. $y'' - y' - 6y = f(x)$; а) $f(x) = 2xe^{3x}$; б) $f(x) = 9\cos x - \sin x$.

5.17. $y'' - 16y = f(x)$; а) $f(x) = -3e^{4x}$; б) $f(x) = \cos x - 4\sin x$.

5.18. $y'' - 4y' = f(x)$; а) $f(x) = (x-2)e^{4x}$; б) $f(x) = 3\cos 4x$.

5.19. $y'' - 2y' + 2y = f(x)$; а) $f(x) = (2x-3)e^{4x}$; б) $f(x) = e^x \sin x$.

5.20. $5y'' - 6y' + y = f(x)$; а) $f(x) = x^2 e^x$; б) $f(x) = \cos x - \sin x$.

5.21. $5y'' + 9y' - 2y = f(x)$; а) $f(x) = x^3 - 2x$; б) $f(x) = 2\sin 2x - 3\cos 2x$.

5.22. $y'' - 2y' - 15y = f(x)$; а) $f(x) = 4xe^{3x}$; б) $f(x) = \sin 5x$.

5.23. $y'' - 3y' = f(x)$; а) $f(x) = 2x^3 - 4x$; б) $f(x) = 2e^{3x}\cos x$.

5.24. $y'' - 7y' + 12y = f(x)$; а) $f(x) = xe^{3x}$; б) $f(x) = 3\sin 2x$.

5.25. $y'' + 9y' = f(x)$; а) $f(x) = x^2 + 4x - 3$; б) $f(x) = e^{2x}\sin x$.

5.26. $y'' - 4y' + 5y = f(x)$; а) $f(x) = -2xe^x$; б) $f(x) = \cos 2x - \sin 2x$.

5.27. $y'' + 3y' + 2y = f(x)$; а) $f(x) = (3x-7)e^{-x}$; б) $f(x) = \cos x - 3\sin x$.

IV

1. Найти частное решение линейного однородного дифференциального уравнения.

1.1. $y''' - 7y'' + 6y' = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 30.$

1.2. $y^{V} - 9y''' = 0,\quad y(0) = 1,\quad y'(0) = -1, y''(0) = 0, y'''(0) = 0,\ y^{IV}(0) = 0.$

1.3. $y''' - y'' = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0, y''(0) = -1.$

1.4. $y''' - 4y' = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 2, y''(0) = 4.$

1.5. $y''' + y' = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1, y''(0) = 1.$

1.6. $y''' - y' = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 2,\ y''(0) = 4.$

1.7. $y^{IV} + 2y''' - 2y' - y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0,\ y'''(0) = 8.$

1.8. $y''' + y'' - 5y' + 3y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = -14.$

1.9. $y''' + y'' = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1, y''(0) = -1.$

1.10. $y''' - 5y'' + 8y' - 4y = 0,\quad y(0) = 1, y'(0) = -1, y''(0) = 0.$

1.11. $y''' + 3y'' + 2y' = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0, y''(0) = 2.$

1.12. $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0,\quad y(0) = -1, y'(0) = 0,\ y''(0) = 1.$

1.13. $y''' - 2y'' + 9y' - 18y = 0,\ y(0) = -2{,}5, y'(0) = 0, y''(0) = 0.$

1.14. $y''' + 9y' = 0,\quad y(0) = 0,\quad y'(0) = 9,\ y''(0) = -18.$

1.15. $y''' - 13y'' + 12y' = 0,\ y(0) = 0, y'(0) = 1,\ y''(0) = 133.$

1.16. $y^{IV} - 5y'' + 4y = 0,\ y(0) = -2, y'(0) = 1,\ y''(0) = 2,\ y'''(0) = 0.$

1.17. $y^{IV} - 10y'' + 9y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0, y''(0) = 8, y'''(0) = 24.$

1.18. $y''' - y'' + y' - y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1, y''(0) = 0.$

1.19. $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0,\ y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 4.$

1.20. $y''' - y'' + 4y' - 4y = 0,\quad y(0) = -1, y'(0) = 0, y''(0) = -6.$

1.21. $y^{IV} - 2y''' + y'' = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0, y''(0) = 1,\ y'''(0) = 2.$

1.22. $y^{IV} - y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 0, y'''(0) = -4.$

1.23. $y^{IV} - 16y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 0, y'''(0) = -8.$

1.24. $y''' + y'' - 4y' - 4 = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0,\ y''(0) = 12.$

1.25. $y''' + 2y'' + 9y' + 18y = 0,\quad y(0) = 1, y'(0) = -3, y''(0) = -9.$

1.26. $y^{V} - 6y^{IV} + 9y''' = 0, y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0, y^{IV}(0) = 27$

1.27. $y''' + 2y'' + y' = 0,\quad y(0) = 0,\quad y'(0) = 2, y''(0) = -3.$

V

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму.

1.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$. **1.2.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+4^n}{12^n}$. **1.3.** $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+5)(2n+7)}$.

1.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+5^n}{10^n}$. **1.5.** $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+5)(n+6)}$. **1.6.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n-2^n}{10^n}$.

1.7. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+7)(2n+9)}$. **1.8.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4^n-3^n}{12^n}$. **1.9.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+6)(n+7)}$.

1.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+5^n}{15^n}$. **1.11.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+9)(n+10)}$. **1.12.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n-3^n}{15^n}$.

1.13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+7)(n+8)}$. **1.14.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+7^n}{14^n}$. **1.15.** $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}$.

1.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7^n-2^n}{14^n}$. **1.17.** $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$. **1.18.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4^n+5^n}{20^n}$.

1.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(n+5)}$. **1.20.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n-4^n}{20^n}$. **1.21.** $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$.

1.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7^n+3^n}{21^n}$. **1.23.** $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)(2n+5)}$. **1.24.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7^n-3^n}{21^n}$.

1.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$. **1.26.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+8^n}{24^n}$. **1.27.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$.

Исследовать на сходимость указанные ряды с положительными членами.

2

2.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(n+2)!}{n^5}$. **2.2.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7n-1}{5^n(n+1)!}$. **2.3.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7}{8}\right)^n \left(\frac{1}{n}\right)^7$.

2.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (2n+1)\operatorname{tg}\frac{\pi}{3^n}$. **2.5.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2}}{3^n}$. **2.6.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4\cdot 5\cdot 6\cdots(n+3)}{5\cdot 7\cdot 9\cdots(2n+3)}$.

2.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{9}{10}\right)^n n^7$. **2.8.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 7\cdot 13\cdots(6n-5)}{2\cdot 3\cdot 4\cdots(n+1)}$. **2.9.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3n(n+1)}{5^n}$.

2.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{n^n}$. **2.11.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n\sin\frac{2\pi}{3^n}$. **2.12.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n/2}}{n!}$

2.13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n(n+3)!}$. **2.14.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 6\cdot 11\cdots(5n-4)}{3\cdot 7\cdot 11\cdots(4n-1)}$. **2.15.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+3)!}$.

2.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^3\operatorname{tg}\frac{2\pi}{5^n}$. **2.17.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+3)}{(n+1)!}$. **2.18.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+3)!}$.

2.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!}$. **2.20.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2\cdot 5\cdot 8\cdots(3n-1)}{3\cdot 7\cdot 11\cdots(4n-1)}$. **2.21.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (3n-1)\sin\frac{\pi}{4^n}$.

2.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n!}$. **2.23.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{\sqrt{n\cdot 7^n}}$. **2.24.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 5\cdot 9\cdots(4n-3)}{1\cdot 4\cdot 7\cdots(3n-2)}$.

2.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{4n!}$. **2.26.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{2\cdot 7\cdot 12\cdots(5n-3)}$ **2.27.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)!}$.

3

3.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n}$. **3.2.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-1}{5n}\right)^{n^2}$. **3.3.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2n+1}\right)^n$.

3.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+2))^n}$. **3.5.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{2^n}\right)^{3n}$. **3.6.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+5n+8}{3n^2-2}\right)^n$.

3.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{5^n}\right)^n$. **3.8.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n/(n+1))^{n^2}}{2^n}$. **3.9.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^{2n}}$.

3.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n}\right)^{3n}$. **3.11.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+3))^n}$. **3.12.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+4n+5}{6n^2-3n-1}\right)^{n^2}$.

3.13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n^2}$. **3.14.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{n^3}\right)^{2n}$. **3.15.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n}\right)^{3n}$.

3.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{((n+1)/n)^{n^2}}$. **3.17.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^{3^n}}$. **3.18.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3n}\right)^{n^2}$.

3.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{3^n}\right)^n$. **3.20.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^{n^2}$. **3.21.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2-n-1}{7n^2+3n+4}\right)^n$.

3.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1}\right)^n$. **3.23.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{3n}\right)^{2n}$. **3.24.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^{5n}$.

3.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{((n+1)/n)^{n^2}}{5^n}$. **3.26.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{2n+1}\right)^n$. **3.27.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{5n+1}\right)^n$.

4.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+1}{4n^2+1}\right)^2.$

4.2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+2)\ln(3n+2)}.$

4.3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)\ln^3(2n+1)}.$

4.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{(4n+5)^3}}.$

4.5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+4)\ln^2(3n+4)}.$

4.6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{(7n-5)^5}}.$

4.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{7+n}{49+n^2}\right)^2.$

4.8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n-1)\ln(3n-1)}.$

4.9. $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}\ln\frac{n+1}{n-1}.$

4.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(5n-2)\ln(5n-2)}.$

4.11. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{6+n}{36+n^2}.$

4.12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[7]{(3+7n)^{10}}}.$

4.13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[5]{(3n-1)^4}}.$

4.14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+2)\ln(n+2)}.$

4.15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(10n+5)\ln(10n+5)}.$

4.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[6]{(2n+3)^7}}.$

4.17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5+n}{25+n^2}.$

4.18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+3)\ln(n+3)\ln(\ln(n+3))}.$

4.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3+2n)\ln^5(3+2n)}.$

4.20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[8]{(4+9n)^5}}.$

4.21. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(9n-4)\ln^2(9n-4)}.$

4.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3+n}{9+n^2-2n}.$

4.23. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(5n+8)\ln^3(5n+8)}.$

4.24. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[8]{(7n-5)^3}}$

4.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+4)\ln(n+4)\ln(\ln(n+4))}.$

4.26. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3+8n)\ln^3(3+8n)}.$

4.27. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{(4n-3)^3}}.$

5.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+2}}$. **5.2.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^5}}$. **5.3.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n+2}$.

5.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+3n}}$. **5.5.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$. **5.6.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+2)}$.

5.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$. **5.8.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n-1}$. **5.9.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}$.

5.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n(n+1)}$. **5.11.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{n^2+1}$. **5.12.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+3)}$.

5.13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{3n^2+5}$. **5.14.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2-n+1}$. **5.15.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2^{n-1}}$.

5.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n(n+4)}$. **5.17.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{2\pi}{3^n}$. **5.18.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+3)}$.

5.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^{2n}}$. **5.20.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) \cdot 3^n}$. **5.21.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n\sqrt[3]{n}}$.

5.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2n-1}$. **5.23.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+2}$. **5.24.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{4n}$.

5.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3+1}$. **5.26.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2+5}$. **5.27.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+4}$.

6

6.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^3}$.

6.2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}$.

6.3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2n^2+1}$.

6.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}$.

6.5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+2^{2n}}$.

6.6. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^7 n}$.

6.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}$.

6.8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2+3}$.

6.9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{7^2}$.

6.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-1)(6n+3)}$.

6.11. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n+1}}$.

6.12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n}\left(\frac{n}{n+3}\right)^{n^2}$.

6.13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n+n}$.

6.14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2}$.

6.15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n!}{3^n}$.

6.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}$.

6.17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}$.

6.18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n!}$.

6.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+5}$.

6.20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+3)}}$.

6.21. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3+1}$.

6.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{(2n)!}$.

6.23. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(7n-1)}$.

6.24. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$.

6.25. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{7n+1}}$.

6.26. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{9^n}$.

6.27. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-7}{3n^4+5n-2}$.

6.28. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-1)(4n+5)}$.

Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды.

7.1. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(n+1)\cdot 3^n}$. **7.2.** $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$. **7.3.** $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}$.

7.4. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n}{6n+5}$. **7.5.** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}$. **7.6.** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{\sqrt{n}}$.

7.7. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n^2}$. **7.8.** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(2n+1)\,n}$.

7.9. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{\sqrt{n+1}}$. **7.10.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\sqrt[3]{n}}$.

7.11. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{n(n+1)}$. **7.12.** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{n+5}{3^n}$.

7.13. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n}{3n-1}$. **7.14.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n-1}$. **7.15.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n-1)\,3^n}$.

7.16. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n}$. **7.17.** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{n}$. **7.18.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3n^2+1}$.

7.19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$. **7.20.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot 5^n}$. **7.21.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n!}$.

7.22. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{3}{\ln(n+1)}$. **7.23.** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{5n(n+1)}$.

7.24. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$. **7.25.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot 3^n}{(2n+1)^n}$. **7.26.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+5}}$.

7.27. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{n+5}{3^n}$.

8

8.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3}$.

8.2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)!}$.

8.3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2+1}$.

8.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}$.

8.5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 2^n}$.

8.6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2^n}{n^4}$.

8.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n-1}{3^n}$.

8.8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2+1}{n^3}$.

8.9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3+1}$.

8.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(\ln(n+1))^n}$.

8.11. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(\ln n)^2}$.

8.12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$.

8.13. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \ln n}$.

8.14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{(n+1)!}$.

8.15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{12^n}$.

8.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(n+1)^{3/2}}$.

8.17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{9n-1}$.

8.18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$.

8.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(5n+1)^n}$.

8.20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{7^n}$.

8.21. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2}$.

8.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^3}{n^2+1}$.

8.23. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{8^n}$.

8.24. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{2n+2}$.

8.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)(n+4)}$.

8.26. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin^n \frac{\pi}{6n}$.

8.27. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+2)}$.

8.28. $\sum\limits_{n=4}^{\infty} (-1)^n \frac{n-3}{n^2-1}$.

VI

Найти область сходимости ряда.

1

1.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2+1}$. **1.2.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n x^{n-1}}{2^{n-1} \cdot 3^n}$. **1.3.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n}$.

1.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$. **1.5.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$. **1.6.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$.

1.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{2n-1}$ **1.8.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\ln x)^n$. **1.9.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$.

1.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n(n^2+1)}$. **1.11.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (n(n+1)x^n$. **1.12.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}$.

1.13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}$. **1.14.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n}$. **1.15.** $\sum\limits_{n}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{5^{n+1} n}$.

1.16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$. **1.17.** $\sum\limits_{n=}^{\infty} \frac{(0,1)^n x^{2n}}{n}$. **1.18.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lg x)^n$.

1.19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n}$. **1.20.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{(2n+1)^2 \sqrt{3^n}}$. **1.21.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$.

1.22. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n}}$. **1.23.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^{n+1}}{n^3}$. **1.24.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt[3]{n}}$.

1.25. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \sqrt{3n-1}}$. **1.26.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{2n-1}}$. **1.27.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2 x^n}{2^n}$.

2.1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{2n-1}}{2n-1}$. **2.2.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^n \ln(1+1/n)}$. **2.3.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n}$.

2.4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$. **2.5.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+8)^n}{n^2}$. **2.6.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (2+x)^n$.

2.7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n(n+3)}$. **2.8.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{\sqrt[3]{n+1}\sqrt{n^2+1}}$. **2.9.** $\sum\limits_{n=0}^{\infty} 2^{n^2}(x+2)^{n^2}$.

2.10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \ln(n+1)}$. **2.11.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x+10)^n}{n^n}$. **2.12.** $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(x+5)^{n^2}}{(n+1)^n}$.

2.13. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln^3(n+1)}}{n+1}(x+1)^n$. **2.14.** $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (2-x)^n \sin\frac{\pi}{2^n}$.

2.15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(3-2x)^n}{n-\ln^2 n}$. **2.16.** $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}$. **2.17.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}$.

2.18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1)\cdot 2^n}$. **2.19.** $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n+2}}{n+1}(x-2)^n$.

2.20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n\cdot 4^n}$. **2.21.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^n(x+1)^n}{2^{n-1}n^n}$. **2.22.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}$.

2.23. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}$. **2.24.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{2n}$. **2.25.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n\cdot 9^n}$.

2.26. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-2)^n}{(n+1)\ln(n+1)}$. **2.27.** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n\cdot 5^n}$.