# Задания для расчетно-графической работы №1:

## I блок.

## Найти указанные пределы.

### *1.*

1.1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$.

1.2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3-x^2+2x}{x^2+x}$.

1.3. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{6+x-x^2}{x^3-27}$.

1.4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-x-1}{3x^2-x-2}$.

1.5. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-7x+4}{x^2-5x+6}$.

1.6. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{6+x-x^2}{x^3-27}$.

1.7. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{3}}\dfrac{3x^2+2x-1}{27x^3-1}$.

1.8. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$.

1.9. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+2x-1}{-x^2+x+2}$.

1.10. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$.

1.11. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^2+x-6}$.

1.12. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2}{x^3+1}$.

1.13. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{x^2+x-20}$.

1.14. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{4x^2+11x-3}{x^2+2x-3}$.

1.15. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x^2-7x-6}{2x^2-7x+3}$.

1.16. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{4x^2+7x-2}{3x^2+8x+4}$.

1.17. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2+4x-1}{3x^2+x-2}$.

1.18. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-4x-5}{3x^2+2x-1}$.

1.19. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{7x^2+4x-3}{2x^2+3x+1}$.

1.20. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3x^2-3x+2}{x^2-x-12}$.

1.21. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-9x+10}{x^2+3x-10}$.

1.22. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^2+x-5}{x^2-2x+1}$.

1.23. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{-5x^2+11x-2}{3x^2-x-10}$.

1.24. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{x^2-5x-14}{2x^2-9x-35}$.

1.25. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x^2-6x-45}{2x^2-3x-35}$.

1.26. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{4x^2+3x+15}{x^2-6x-27}$.

1.27. $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2-2x-35}{2x^2+11x+5}$.

1.28. $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{2x^2+15x-8}{3x^2+25x+8}$.

1.29. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3x^2-2x-40}{x^2-3x-4}$.

1.30. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+5x-3}{3x^2+10x+3}$.

## *2.*

2.1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-5x^2+2}{2x^3+5x^2-x}$.

2.2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3+7x}{2x^3-4x^2+5}$.

2.3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4-3x^2+7}{x^4+2x^3+1}$.

2.4. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3-2x^2+4x}{2x^3+5}$.

2.5. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-4x^2+28x}{5x^3+3x^2+x-1}$.

2.6. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+10x+3}{2x^2+5x-3}$.

2.7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-3x^4+x^2+x}{x^4+3x-2}$.

2.8. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+7x+3}{5x^2-3x+4}$.

2.9. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-x^2+3x+1}{3x^2+x-5}$.

2.10. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-3x^2+10}{7x^3+2x+1}$.

2.11. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+5x-7}{2x^2-x+10}$.

2.12. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4+2x+1}{x^4-x^3+2x}$.

2.13. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2x+9}{2x^2-x+4}$.

2.14. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+5x-7}{3x^2+x+1}$.

2.15. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+7x-2}{3x^3-x-4}$.

2.16. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{18x^2+5x}{8-3x-9x^2}$.

2.17. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4-6x^2+2}{x^4+4x-3}$.

2.18. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^2+4x-5}{4x^2-3x+2}$.

2.19. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^4-4x^2+3}{2x^4+1}$.

2.20. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-4x+2}{6x^2+5x+1}$.

2.21. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3+4x}{x^3-3x+2}$.

2.22. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+4x-x^4}{x+3x^2+2x^4}$.

2.23. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+7x^2-2}{6x^3-4x+3}$.

2.24. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x+14x^2}{1+2x+7x^2}$.

2.25. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-2x^2+5x^4}{2+3x^2+x^4}$.

2.26. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4-2x^2-7}{3x^4+3x+5}$.

2.27. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4-5x^2-3x^5}{x^5+6x+8}$.

2.28. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3-7x^2+3}{2+2x-x^3}$.

2.29. $\lim_{x\to\infty}\frac{4x^3-2x+1}{2x^3+3x^2+2}$.

2.30. $\lim_{x\to\infty}\frac{5x^2-3x+1}{3x^2+x-5}$.

## *3.*

3.1. $\lim_{x\to 3}\frac{x^2+x-12}{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}$.

3.2. $\lim_{x\to -4}\frac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2x-8}$.

3.3. $\lim_{x\to -3}\frac{\sqrt{x+10}-\sqrt{4-x}}{2x^2-x-21}$.

3.4. $\lim_{x\to -2}\frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6}$.

3.5. $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3+2x}-\sqrt{x+4}}{3x^2-4x+1}$.

3.6. $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x+1}}$.

3.7. $\lim_{x\to -1}\frac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}}$.

3.8. $\lim_{x\to 2}\frac{2x^2-3x-2}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x+1}}$.

3.9. $\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6}}{2x^2-7x-15}$.

3.10. $\lim_{x\to -5}\frac{\sqrt{3x+17}-\sqrt{2x+12}}{x^2+8x+15}$.

3.11. $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}-1}$.

3.12. $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{7-x}-\sqrt{7+x}}{\sqrt{7}x}$.

3.13. $\lim_{x\to 0}\frac{3x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$.

3.14. $\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$.

3.15. $\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{5+x}-2}{\sqrt{8-x}-3}$.

3.16. $\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{x-1}-2}$.

3.17. $\lim_{x\to 7}\frac{\sqrt{x-3}-2}{\sqrt{x+2}-3}$.

3.18. $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{4x-3}-3}{x^2-9}$.

3.19. $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{5x+1}-4}{x^2+2x-15}$.

3.20. $\lim_{x\to 0}\frac{2-\sqrt{x^2+4}}{3x^2}$.

3.21. $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+16}-4}$.

3.22. $\lim_{x\to 0}\frac{3x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}$.

3.23. $\lim_{x\to 9}\frac{\sqrt{2x+7}-5}{3-\sqrt{x}}$.

3.24. $\lim_{x\to 4}\frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{6x+1}-5}$.

3.25. $\lim_{x\to 3}\frac{x^3-27}{\sqrt{3x}-x}$.

3.26. $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^3+x^2}$.

3.27. $\lim_{x\to -4}\frac{\sqrt{x+20}-4}{x^3+64}$.

3.28. $\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-3}{\sqrt{8+x}-3}$.

3.29. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{9+x}-3}{x^2+x}$.

3.30. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^3-8}$.

## *4.*

4.1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{3x^2}$.

4.2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x-\sin x}{5x}$.

4.3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos 5x}{2x^2}$.

4.4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg 3x}{2\sin x}$.

4.5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx-\sin x}{3x^2}$.

4.6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 5x}{\sin 3x}$.

4.7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{3x^2}$.

4.8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 2x}{\sin 5x}$.

4.9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg 2x-\sin 2x}{3x^2}$.

4.10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^2 x}{x\, tgx}$.

4.11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos^3 2x}{2x^2}$.

4.12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 3x-\sin^2 x}{x^2}$.

4.13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x+\sin 3x}{x\sin x}$.

4.14. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 5x}{2x^2}$.

4.15. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos 4x}{3x^2}$.

4.16. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg 2x}{tg 3x}$.

4.17. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg 3x-\sin 3x}{2x^2}$.

4.18. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{3x^2}$.

4.19. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 4x-\cos^3 4x}{3x^2}$.

4.20. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg 3x}{tg 2x}$.

4.21. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos^2 x-\cos^2 2x}{x^2}$.

4.22. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 5x}{x^2-x}$.

4.23. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^2 2x}{x\arcsin x}$.

4.24. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{x\sin x}$.

4.25. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 5x-\cos x}{4x^2}$.

4.26. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x+\sin x}{\arcsin x}$.

4.27. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^2 4x}{5x\arcsin x}$.

4.28. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 4x}{5x^2-x}$.

4.29. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7x}{\sin x+\sin 7x}$.

4.30. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos^3 x}{5x^2}$.

## 5.

5.1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+4}{x+8}\right)^{-3x}$.

5.2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{2x-3}$.

5.3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x}{1+2x}\right)^{-4x}$.

5.4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)^{2-3x}$.

5.5. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+5}{2x+1}\right)^{5x}$.

5.6. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x}\right)^{-5x}$.

5.7. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x+1}\right)^{1+2x}$.

5.8. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-1}\right)^{x-4}$.

5.9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x}{2x-3}\right)^{3x}$.

5.10. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-7}{x}\right)^{2x+1}$.

5.11. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+4}\right)^{3x+2}$.

5.12. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)^{x+2}$.

5.13. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{2x-3}$.

5.14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-3}\right)^{x-5}$.

5.15. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-4}{3x+2}\right)^{2x}$.

5.16. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+4}\right)^{3x-1}$.

5.17. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-4}{2x}\right)^{-3x}$.

5.18. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+5}{x}\right)^{3x+4}$.

5.19. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-7}{x+1}\right)^{4x-2}$.

5.20. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x}\right)^{3-2x}$.

5.21. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2-3x}{5-3x}\right)^{x}$.

5.22. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1-x}{2-x}\right)^{3x}$.

5.23. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-1}{4x+1}\right)^{2x}$.

5.24. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x}\right)^{-2x}$.

5.25. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+4}\right)^{-x}$.

5.26. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x+5}\right)^{x+1}$.

5.27. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1+2x}{3+2x}\right)^{-x}$.

5.28. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x}{3x+2}\right)^{x-2}$.

5.29. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x-1}\right)^{3-2x}$.

5.30. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{4-2x}{1-2x}\right)^{x+1}$.

## II блок.

## *1.*

**Проверить, являются ли функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ бесконечно малыми одного порядка малости при $x\to 0$**

1.1. $f(x)=tg2x;\quad \varphi(x)=\arcsin x.$

1.2. $f(x)=1-\cos x;\quad \varphi(x)=3x^2.$

1.3. $f(x)=\cos x-\cos^3 x;\quad \varphi(x)=6x^2.$

1.4. $f(x)=\sin 3x-\sin x;\quad \varphi(x)=5x.$

1.5. $f(x)=\cos 3x-\cos x;\ \varphi(x)=7x^2.$

1.6. $f(x)=x^2-\cos 2x;\quad \varphi(x)=6x^2.$

1.7. $f(x)=tg\left(x^2+2x\right);\ \varphi(x)=x^2+2x.$

1.8. $f(x)=\sin x+\sin 5x;\quad \varphi(x)=2x.$

1.9. $f(x)=\sin\left(x^2+5x\right);\ \varphi(x)=x^3-25x.$

1.10. $f(x)=\frac{3x^2}{2+x};\quad \varphi(x)=7x^2.$

1.11. $f(x)=2x^3;\quad \varphi(x)=\frac{5x^3}{4-x}.$

1.12. $f(x)=\frac{x^2}{5+x};\quad \varphi(x)=\frac{4x^2}{x-1}.$

1.13. $f(x)=\sin 8x;\quad \varphi(x)=\arcsin 5x.$

1.14. $f(x)=\sin 3x+\sin x;\ \varphi(x)=10x.$

1.15. $f(x)=\cos 7x-\cos x;\ \varphi(x)=2x^2.$

1.16. $f(x)=1-\cos 2x;\quad \varphi(x)=8x^2.$

1.17. $f(x)=3\sin^2 4x;\ \varphi(x)=x^2-x^4.$

1.18. $f(x)=\sqrt{1+x}-1;\quad \varphi(x)=2x.$

1.19. $f(x)=\arcsin\left(x^2-x\right);\ \varphi(x)=x^2-x.$

1.20. $f(x)=\sin 7x+\sin x;\ \varphi(x)=4x.$

1.21. $f(x)=\sqrt{4+x}+2;\ \varphi(x)=3x.$

1.22. $f(x)=\frac{3x}{1-x};\quad \varphi(x)=\frac{x}{4+x}.$

1.23. $f(x)=\frac{2x}{3-x};\quad \varphi(x)=2x-x^2.$

1.24. $f(x)=\frac{x^2}{7+x};\quad \varphi(x)=3x^3-x^2.$

1.25. $f(x)=\sin\left(x^2+5x\right);\ \varphi(x)=x^3-25x.$

1.26. $f(x)=arctg^2 3x;\quad \varphi(x)=4x^2.$

1.27. $f(x)=\arcsin 2x;\quad \varphi(x)=8x.$

1.28. $f(x)=1-\cos 4x;\ \varphi(x)=x\sin 2x.$

1.29. $f(x)=\sqrt{9-x}-3;\quad \varphi(x)=2x.$

1.30. $f(x)=\cos 3x-\cos 5x;\ \varphi(x)=x^2.$

## 2

### Найти пределы, используя эквивалентные бесконечно малые функции

2.1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+3x^2\right)}{x^3-5x^2}$.

2.2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 5x}{tg3x}$.

2.3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{tg2x}$.

2.4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{x^3+27x}$.

2.5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg6x}{2x^2-3x}$.

2.6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x}{2x}$.

2.7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{arctg2x}$.

2.8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+3x\right)}{\sin 2x}$.

2.9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{tg3x}$.

2.10. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sin\left(x-3\right)}{x^2-5x+6}$.

2.11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{2x^2}$.

2.12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{4x^2}$.

2.13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg3x}{\ln\left(1+2x\right)}$.

2.14. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 4x}{tg5x}$.

2.15. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{5x}-1}{\sin 2x}$.

2.16. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{tg\left(x+2\right)}{x^2-4}$.

2.17. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sin\left(x+2\right)}{x^3+8}$.

2.18. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 2x}{tg4x}$.

2.19. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^3-64}{tg\left(x-4\right)}$.

2.20. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos 4x}{3x^2}$.

2.21. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+4x^3\right)}{2x^3}$.

2.22. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg5x}{tg2x}$.

2.23. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\ln\left(1+2x\right)}$.

2.24. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 8x}{tg4x}$.

2.25. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{5x}-1}{tg2x}$.

2.26. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+4x\right)}{\sin 2x}$.

2.27. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sin\left(x-3\right)}{x^3-27}$.

2.28. $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{tg\left(x+5\right)}{x^2-25}$.

2.29. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{2x^2}$.

2.30. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+5x\right)}{\sin 3x}$.

## *3.*

## Исследовать данные функции на непрерывность и построить их графики

3.1. $f(x)=\begin{cases} x+4, & x<-1,\\ x^2+2, & -1\le x<1,\\ 2x, & x\ge 1.\end{cases}$

3.2. $f(x)=\begin{cases} x+1, & x\le 0,\\ (x+1)^2, & 0<x\le 2,\\ -x+4, & x>2.\end{cases}$

3.3. $f(x)=\begin{cases} x+2, & x\le -1,\\ x^2+1, & -1<x\le 1,\\ -x+3, & x>1.\end{cases}$

3.4. $f(x)=\begin{cases} -x, & x\le 0,\\ -(x-1)^2, & 0<x<2,\\ x-3, & x\ge 2.\end{cases}$

3.5. $f(x)=\begin{cases} -2(x+1), & x\le -1,\\ (x+1)^3, & -1<x<0,\\ x, & x\ge 0.\end{cases}$

3.6. $f(x)=\begin{cases} -x, & x\le 0,\\ x^2, & 0<x\le 2,\\ x+1, & x>2.\end{cases}$

3.7. $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\le 1,\\ 2x, & 1<x\le 3,\\ x+2, & x>3.\end{cases}$

3.8. $f(x)=\begin{cases} x-3, & x<0,\\ x+1, & 0\le x\le 4,\\ 3+x, & x>4.\end{cases}$

3.9. $f(x)=\begin{cases} \sqrt{1-x}, & x\le 0,\\ 0, & 0<x\le 2,\\ x-2, & x>2.\end{cases}$

3.10. $f(x)=\begin{cases} 2x^2, & x\le 0,\\ x, & 0<x\le 1,\\ 2+x, & x>1.\end{cases}$

3.11. $f(x)=\begin{cases} \sin x, & x<0,\\ x, & 0\le x\le 2,\\ 0, & x>2.\end{cases}$

3.12. $f(x)=\begin{cases} \cos x, & x\le \dfrac{\pi}{2},\\ 0, & \dfrac{\pi}{2}<x<\pi,\\ 2, & x\ge \pi.\end{cases}$

3.13. $f(x)=\begin{cases} x-1, & x\le 0,\\ x^2, & 0<x<2,\\ 2x, & x\ge 2.\end{cases}$

3.14. $f(x)=\begin{cases} x+1, & x<0,\\ x^2-1, & 0\le x<1,\\ -x, & x\ge 1.\end{cases}$

3.15. $f(x)=\begin{cases} -x, & x<0,\\ x^2+1, & 0\le x<2,\\ x+1, & x\ge 2.\end{cases}$

3.16. $f(x)=\begin{cases} x+3, & x\le 0,\\ 1, & 0<x\le 2,\\ x^2-2, & x>2.\end{cases}$

3.17. $f(x)=\begin{cases} x-1, & x<0, \\ \sin x, & 0\le x<\pi, \\ 3, & x\ge \pi. \end{cases}$ 3.18. $f(x)=\begin{cases} -x+1, & x<-1, \\ x^2+1, & -1\le x\le 2, \\ 2x, & x>2. \end{cases}$

3.19. $f(x)=\begin{cases} 1, & x\le 0, \\ 2^x, & 0<x\le 2, \\ x+3, & x>2. \end{cases}$ 3.20. $f(x)=\begin{cases} -x+2, & x\le -2, \\ x^3, & -2<x\le 1, \\ 2, & x>1. \end{cases}$

3.21. $f(x)=\begin{cases} 3x+4, & x\le -1, \\ x^2-2, & -1<x<2, \\ x, & x\ge 2. \end{cases}$ 3.22. $f(x)=\begin{cases} x, & x\le 1, \\ (x-2)^2, & 1<x<3, \\ -x+6, & x\ge 3. \end{cases}$

3.23. $f(x)=\begin{cases} x-1, & x<1, \\ x^2+2, & 1\le x\le 2, \\ -2x, & x>2. \end{cases}$ 3.24. $f(x)=\begin{cases} x^3, & x<-1, \\ x-1, & -1\le x\le 3, \\ -x+5, & x>3. \end{cases}$

3.25. $f(x)=\begin{cases} x, & x<-2, \\ -x+1, & -2\le x\le 1, \\ x^2-1, & x>1. \end{cases}$ 3.26. $f(x)=\begin{cases} x+3, & x\le 0, \\ -x^2+4, & 0<x<2, \\ x-2, & x\ge 2. \end{cases}$

3.27. $f(x)=\begin{cases} 0, & x\le -1, \\ x^2-1, & -1<x\le 2, \\ 2x, & x>2. \end{cases}$ 3.28. $f(x)=\begin{cases} -1, & x<0, \\ \cos x, & 0\le x\le \pi, \\ 1-x, & x>\pi. \end{cases}$

3.29. $f(x)=\begin{cases} 2, & x<-1, \\ 1-x, & -1\le x\le 1, \\ \ln x, & x>1. \end{cases}$ 3.30. $f(x)=\begin{cases} -x, & x\le 0, \\ x^3, & 0<x\le 2, \\ x+4, & x>2. \end{cases}$

## *4*

## Исследовать данные функции на непрерывность в указанных точках

4.1. $f(x)=2^{\frac{1}{x-3}}+1;\quad x_1=3;\quad x_2=4.$ 4.2. $f(x)=5^{\frac{1}{x-3}}-1;\quad x_1=3;\quad x_2=4.$

4.3. $f(x)=\dfrac{x+7}{x-2};\quad x_1=2;\quad x_2=3.$ 4.4. $f(x)=\dfrac{x-5}{x+3};\quad x_1=-2;\quad x_2=-3.$

4.5. $f(x)=4^{\frac{1}{3-x}}+2;\quad x_1=2;\quad x_2=3.$ 4.6. $f(x)=9^{\frac{1}{2-x}};\quad x_1=0;\quad x_2=2.$

4.7. $f(x)=2^{\frac{1}{x-5}}+1;\quad x_1=4;\quad x_2=5.$ 4.8. $f(x)=5^{\frac{1}{x-4}}-2;\quad x_1=3;\quad x_2=4.$

4.9. $f(x)=6^{\frac{1}{x-3}}+3;\quad x_1=3;\quad x_2=4.$

4.10. $f(x)=7^{\frac{1}{5-x}}+1;\quad x_1=4;\ x_2=5.$

4.11. $f(x)=\dfrac{x-3}{x+4};\quad x_1=-5;\quad x_2=-4.$

4.12. $f(x)=\dfrac{x+5}{x-2};\quad x_1=3;\quad x_2=2.$

4.13. $f(x)=5^{\frac{2}{x-3}};\quad x_1=3;\quad x_2=4.$

4.14. $f(x)=4^{\frac{2}{x-1}}-3;\quad x_1=1;\ x_2=2.$

4.15. $f(x)=2^{\frac{5}{1-x}}-1;\quad x_1=0;\quad x_2=1.$

4.16. $f(x)=8^{\frac{4}{x-2}}-1;\quad x_1=2;\ x_2=3.$

4.17. $f(x)=5^{\frac{4}{3-x}}+1;\quad x_1=2;\quad x_2=3.$

4.18. $f(x)=\dfrac{3x}{x-4};\quad x_1=4;\quad x_2=5.$

4.19. $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-1};\quad x_1=1;\quad x_2=2.$

4.20. $f(x)=2^{\frac{3}{x+2}}+1;\ x_1=-2;\ x_2=-1.$

4.21. $f(x)=4^{\frac{3}{x-2}}+2;\quad x_1=2;\quad x_2=3.$

4.22. $f(x)=3^{\frac{2}{x+1}}-2;\ x_1=-1;\ x_2=0.$

4.23. $f(x)=5^{\frac{3}{x+4}}+1;\quad x_1=-5;\ x_2=-4.$

4.24. $f(x)=\dfrac{x-4}{x+2};\ x_1=-2;\ x_2=-1.$

4.25. $f(x)=\dfrac{x-4}{x+3};\quad x_1=-3;\quad x_2=-2.$

4.26. $f(x)=\dfrac{x+5}{x-3};\quad x_1=3;\quad x_2=4.$

4.27. $f(x)=3^{\frac{4}{1-x}}+1;\quad x_1=1;\quad x_2=2.$

4.28. $f(x)=\dfrac{4x}{x+5};\ x_1=-5;\ x_2=-4.$

4.29. $f(x)=6^{\frac{2}{4-x}}+1;\quad x_1=3;\quad x_2=4.$

4.30. $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2};\quad x_1=2;\quad x_2=3.$

## III блок.

## Продифференцировать данные функции

### *1*

1.1. $y=2x^5-\dfrac{4}{x^3}+\dfrac{1}{x}+3\sqrt{x}.$

1.2. $y=\dfrac{3}{x}+\sqrt[5]{x^2}-4x^3+\dfrac{2}{x^4}.$

1.3. $y=3x^4+\sqrt[3]{x^5}-\dfrac{2}{x}-\dfrac{4}{x^2}.$

1.4. $y=7\sqrt{x}-\dfrac{2}{x^5}-3x^3+\dfrac{4}{x}.$

1.5. $y=7x+\dfrac{5}{x^2}-\sqrt[7]{x^4}+\dfrac{6}{x}.$

1.6. $y=5x^2-\sqrt[3]{x^4}+\dfrac{4}{x^3}-\dfrac{5}{x}.$

1.7. $y=3x^5-\dfrac{3}{x}-\sqrt{x^3}+\dfrac{10}{x^5}.$

1.8. $y=\sqrt[3]{x^7}+\dfrac{3}{x}-4x^6+\dfrac{4}{x^5}.$

1.9. $y=8x^2+\sqrt[3]{x^4}-\frac{4}{x}-\frac{2}{x^3}.$

1.10. $y=4x^6+\frac{5}{x}-\sqrt[3]{x^7}-\frac{7}{x^4}.$

1.11. $y=2\sqrt{x^3}-\frac{7}{x}+3x^2-\frac{2}{x^5}.$

1.12. $y=4x^3-\frac{3}{x}-\sqrt[5]{x^2}+\frac{6}{x^2}.$

1.13. $y=5x^3-\frac{8}{x^2}+\frac{1}{x}+4\sqrt{x}.$

1.14. $y=\frac{9}{x^3}+\sqrt[3]{x^4}-\frac{2}{x}+5x^4.$

1.15. $y=\frac{4}{x^5}-\frac{9}{x}+\sqrt[5]{x^2}-7x^3.$

1.16. $y=\frac{8}{x^3}+\frac{3}{x}-4\sqrt{x^3}+2x^7.$

1.17. $y=5x^2+\frac{4}{x}-\sqrt[3]{x^7}-2x^6.$

1.18. $y=10x^2+3\sqrt{x^5}-\frac{4}{x}-\frac{5}{x^4}.$

1.19. $y=\sqrt{x^5}-\frac{3}{x}+\frac{4}{x^3}-3x^3.$

1.20. $y=9x^3+\frac{5}{x}-\frac{7}{x^4}+\sqrt[3]{x^7}.$

1.21. $y=3\sqrt{x}+\frac{4}{x^5}+\sqrt[3]{x^2}-\frac{7}{x}.$

1.22. $y=\sqrt{x^3}+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^5}-5x^3.$

1.23. $y=7x^2+\frac{3}{x}-\sqrt[5]{x^4}+\frac{8}{x^3}.$

1.24. $y=8x^3-\frac{4}{x}-\frac{7}{x^4}+\sqrt[7]{x^2}.$

1.25. $y=8x-\frac{5}{x^4}+\frac{1}{x}-\sqrt[5]{x^4}.$

1.26. $y=\sqrt[4]{x^3}-\frac{5}{x}+\frac{4}{x^5}+3x.$

1.27. $y=4x^3+\frac{3}{x}-\sqrt[3]{x^5}-\frac{2}{x^4}.$

1.28. $y=4x^5-\frac{5}{x}-\sqrt{x^3}+\frac{2}{x^3}.$

1.29. $y=\frac{7}{x}+\frac{4}{x^3}-\sqrt[5]{x^3}-2x^6.$

1.30. $y=\frac{6}{x^4}-\frac{3}{x}+3x^3-\sqrt{x^7}.$

***2***

2.1. $y=\sqrt[3]{3x^4+2x-5}+\frac{4}{(x-2)^5}.$

2.2. $y=\sqrt[3]{(x-3)^4}+\frac{3}{2x^3-3x+1}.$

2.3. $y=\sqrt{(x-3)^5}+\frac{5}{(2x^2+4x-1)^2}.$

2.4. $y=\sqrt[5]{7x^2-3x+5}-\frac{5}{(x-1)^3}.$

2.5. $y=\sqrt[4]{3x^2-x+5}-\frac{3}{(x-5)^4}.$

2.6. $y=\sqrt{3x^4-2x^3+x}-\frac{4}{(x+2)^3}.$

2.7. $y=\sqrt[3]{(x-7)^5}+\frac{5}{4x^2+3x-5}.$

2.8. $y=\sqrt[5]{(x+4)^6}-\frac{2}{2x^2-3x+7}.$

2.9. $y=\frac{3}{(x-4)^7}-\sqrt{5x^2-4x+3}.$

2.10. $y=\sqrt[3]{4x^2-3x-4}-\frac{2}{(x-3)^5}.$

2.11. $y=\frac{7}{(x-1)^3}+\sqrt{8x-3+x^2}.$

2.12. $y=\sqrt[5]{5x^4-2x-1}+\frac{8}{(x-5)^2}.$

2.13. $y=\sqrt[5]{3x^2+4x-5}+\frac{4}{(x-4)^4}.$

2.14. $y=\frac{3}{(x+2)^5}-\sqrt[7]{5x-7x^2-3}.$

2.15. $y=\sqrt[4]{(x-1)^5}-\frac{4}{7x^2-3x+2}.$

2.16. $y=\sqrt[5]{(x-2)^6}-\frac{3}{7x^3-x^2-4}.$

2.17. $y=\frac{3}{(x+4)^2}-\sqrt[3]{4+3x-x^4}.$

2.18. $y=\frac{2}{(x-1)^3}-\sqrt{2x^2-4x-9}.$

2.19. $y=\sqrt{1+5x-2x^2}+\frac{3}{(x-3)^4}.$

2.20. $y=\sqrt[3]{5x^2-4x+1}-\frac{5}{(x+1)^3}.$

2.21. $y=\sqrt[4]{5x^2-4x+1}-\frac{7}{(x-5)^2}.$

2.22. $y=\sqrt[5]{3-7x+x^2}-\frac{4}{(x-7)^5}.$

2.23. $y=\sqrt{(x-3)^7}+\frac{9}{7x^2-5x-8}.$

2.24. $y=\sqrt[3]{(x-8)^4}-\frac{2}{1+3x-4x^2}.$

2.25. $y=\frac{3}{4x-3x^3+1}-\sqrt{(x+1)^5}.$

2.26. $y=\frac{3}{x-4}+\sqrt[6]{(2x^2-3x+1)^5}.$

2.27. $y=\frac{4}{(x-7)^3}-\sqrt[3]{(3x^2-x+1)^4}.$

2.28. $y=\sqrt{(x-4)^7}-\frac{10}{3x^2-5x+1}.$

2.29. $y=\frac{7}{(x+2)^5}-\sqrt{8-5x+2x^2}.$

2.30. $y=\sqrt[3]{(x-1)^5}+\frac{5}{2x^2-4x+7}.$

***3***

3.1. $y=\sin^3 2x\cdot\cos 8x^5.$

3.2. $y=\cos^5 3x\cdot tg(4x+1)^3.$

3.3. $y=tg^4 x\cdot\arcsin 4x^5.$

3.4. $y=\arcsin^3 2x\cdot ctg 7x^4.$

3.5. $y=ctg 3x\cdot\arccos 3x^2.$

3.6. $y=\arccos^2 4x\cdot\ln(x-3).$

3.7. $y=\ln^5 x\cdot arctg 7x^4.$

3.8. $y=arctg^3 4x\cdot 3^{\sin x}.$

3.9. $y=2^{\cos x}\cdot arcctg 5x^3.$

3.10. $y=4^{-x}\cdot\ln^5(x+2).$

3.11. $y=3^{tgx}\cdot\arcsin 7x^4.$

3.12. $y=5^{x^2}\cdot\arccos 2x^5.$

3.13. $y=\sin^4 3x\cdot arctg 2x^3.$

3.14. $y=\cos^3 4x\cdot arcctg\sqrt{x}.$

3.15. $y = tg^3 2x \cdot \arcsin x^5.$

3.16. $y = ctg^7 x \cdot \arccos 2x^3.$

3.17. $y = e^{-\sin x} \cdot tg 7x^6.$

3.18. $y = e^{\cos x} \cdot ctg 8x^3.$

3.19. $y = \cos^5 x \cdot \arccos 4x.$

3.20. $y = \sin^3 7x \cdot arcctg 5x^2.$

3.21. $y = \sin^2 3x \cdot arcctg 3x^5.$

3.22. $y = \cos \sqrt[5]{x} \cdot arctg x^4.$

3.23. $y = tg^6 2x \cdot \cos 7x^2.$

3.24. $y = ctg^3 4x \cdot \arcsin \sqrt{x}.$

3.25. $y = ctg \dfrac{1}{x} \cdot \arccos x^4.$

3.26. $y = tg \sqrt{x} \cdot arcctg 3x^5.$

3.27. $y = tg^3 2x \cdot \arccos 2x^3.$

3.28. $y = 2^{tgx} \cdot arctg^5 3x.$

3.29. $y = \sin^5 3x \cdot arctg \sqrt{x}.$

3.30. $y = \cos^4 3x \cdot \arcsin 3x^2.$

***4***

4.1. $y = \dfrac{e^{\arccos x}}{x+5}.$

4.2. $y = \dfrac{x-4}{e^{arcctgx}}.$

4.3. $y = \dfrac{e^{-x^2}}{x^2+5x-1}.$

4.4. $y = \dfrac{e^{-ctg 5x}}{3x^2-4x+2}.$

4.5. $y = \dfrac{7x^3-5x+2}{e^{\cos x}}.$

4.6. $y = \dfrac{e^{tg 3x}}{3x^2-x+4}.$

4.7. $y = \dfrac{e^{\sin x}}{x-5}.$

4.8. $y = \dfrac{2x^2-3x+1}{e^{-x}}.$

4.9. $y = \dfrac{x^3+4x-5}{e^{x^3}}.$

4.10. $y = \dfrac{e^{ctg 5x}}{x+4}.$

4.11. $y = \dfrac{3+2x-x^2}{e^x}.$

4.12. $y = \dfrac{e^{3x}}{3x^2-4x-7}.$

4.13. $y = \dfrac{e^{-\sin 2x}}{x+5}.$

4.14. $y = \dfrac{e^{\cos 5x}}{x^2-5x-2}.$

4.15. $y = \dfrac{2x+5}{e^{tgx}}.$

4.16. $y = \dfrac{e^{-tg 3x}}{4x^2-3x+5}.$

4.17. $y = \dfrac{e^{-\sin 4x}}{2x-5}.$

4.18. $y = \dfrac{3x^2-5x+10}{e^{-x^4}}.$

4.19. $y = \dfrac{e^{-x}}{2x^2-x+4}.$

4.20. $y = \dfrac{e^{4x}}{3x+5}.$

4.21. $y=\dfrac{e^{ctg5x}}{3x-5}$.

4.22. $y=\dfrac{2x-3}{e^{-2x}}$.

4.23. $y=\dfrac{3x+1}{e^{4x}}$.

4.24. $y=\dfrac{5x^2+4x-2}{e^{-x}}$.

4.25. $y=\dfrac{5x^2-x+1}{e^{3x}}$.

4.26. $y=\dfrac{e^{-x^2}}{2x-5}$.

4.27. $y=\dfrac{e^{\cos 3x}}{2x+4}$.

4.28. $y=\dfrac{e^{\sin 5x}}{3x-2}$.

4.29. $y=\dfrac{x^2-3x-7}{e^{-x^2}}$.

4.30. $y=\dfrac{e^{-tgx}}{4x^2+7x-5}$.

***5***

5.1. $y=\sqrt{\dfrac{2x+1}{2x-1}}\cdot\log_2\left(x-3x^2\right)$.

5.2. $y=\sqrt[3]{\dfrac{2x-5}{2x+3}}\cdot\lg(4x+7)$.

5.3. $y=\sqrt[4]{\dfrac{x+3}{x-3}}\cdot\ln\left(5x^2-2x+1\right)$.

5.4. $y=\sqrt[5]{\dfrac{x+1}{x-1}}\cdot\log_3\left(x^2+x+4\right)$.

5.5. $y=\sqrt[6]{\dfrac{7x-4}{7x+4}}\cdot\log_5\left(3x^2+2x\right)$.

5.6. $y=\sqrt[7]{\dfrac{2x-3}{2x+1}}\cdot\lg(7x-10)$.

5.7. $y=\sqrt[8]{\dfrac{5x+1}{5x-1}}\cdot\ln\left(3x-x^2\right)$.

5.8. $y=\sqrt[9]{\dfrac{x+3}{x-3}}\cdot\log_5(2x-3)$.

5.9. $y=\sqrt{\dfrac{6x+5}{6x-5}}\cdot\lg(4x+7)$.

5.10. $y=\sqrt[3]{\dfrac{4x-1}{4x+1}}\cdot\ln\left(2x^3-3\right)$.

5.11. $y=\sqrt[4]{\dfrac{x+6}{x-6}}\cdot\sin\left(3x^2+1\right)$.

5.12. $y=\sqrt[5]{\dfrac{x-7}{x+7}}\cdot\cos\left(2x^3+x\right)$.

5.13. $y=\sqrt[6]{\dfrac{x-9}{x+9}}\cdot tg\left(3x^2-4x+1\right)$.

5.14. $y=\sqrt[7]{\dfrac{x-4}{x+4}}\cdot ctg(2x+5)$.

5.15. $y=\sqrt[8]{\dfrac{x-2}{x+2}}\cdot\sin\left(4x^2-7x+2\right)$.

5.16. $y=\sqrt[9]{\dfrac{x-3}{x+3}}\cdot\cos\left(x^2-3x+2\right)$.

5.17. $y=\sqrt{\dfrac{3x-2}{3x+2}}\cdot tg\left(2x^2-9\right)$.

5.18. $y=\sqrt{\dfrac{2x+3}{2x-3}}\cdot ctg\left(3x^2+5\right)$.

5.19. $y=\sqrt[4]{\dfrac{x+5}{x-5}}\cdot\sin\left(3x^2-x+4\right)$.

5.20. $y=\sqrt[5]{\dfrac{x-6}{x+6}}\cdot\cos(7x+2)$.

5.21. $y=\sqrt[6]{\frac{x-7}{x+7}}\cdot\arcsin(2x+3).$

5.22. $y=\sqrt[7]{\frac{x-8}{x+8}}\cdot\arccos(3x-5).$

5.23. $y=\sqrt[8]{\frac{x-4}{x+4}}\cdot arctg(5x+1).$

5.24. $y=\sqrt[9]{\frac{x-1}{x+1}}\cdot arcctg(7x+2).$

5.25. $y=\sqrt{\frac{7x-4}{7x+4}}\cdot\arcsin(x^2+1).$

5.26. $y=\sqrt[3]{\frac{8x-3}{8x+3}}\cdot\arccos(x^2-5).$

5.27. $y=\sqrt[4]{\frac{2x-5}{2x+5}}\cdot arctg(3x+2).$

5.28. $y=\sqrt[5]{\frac{3x-4}{3x+4}}\cdot arcctg(2x+5).$

5.29. $y=\sqrt[6]{\frac{x^2-1}{x^2+1}}\cdot\arcsin 2x.$

5.30. $y=\sqrt[7]{\frac{x^2+3}{x^2-3}}\cdot\arccos 4x.$

### *6*

6.1. $y=(3x)^{\arcsin x}.$

6.2. $y=(x+2)^{\ln x}.$

6.3. $y=(5x)^{\arccos x}.$

6.4. $y=(5x)^{\arcsin(x+1)}.$

6.5. $y=(x+2)^{\arcsin 2x}.$

6.6. $y=(7x)^{arctg\sqrt{x}}.$

6.7. $y=(3x+2)^{arcctg 3x}.$

6.8. $y=(x+3)^{\sin\sqrt{x}}.$

6.9. $y=(x+4)^{ctg 7x}.$

6.10. $y=(3x)^{arctg\sqrt{x}}.$

6.11. $y=(3x)^{ctg\frac{1}{x}}.$

6.12. $y=(5x)^{tg\sqrt{x}}.$

6.13. $y=(5x)^{\ln x}.$

6.14. $y=(2x)^{\sin x}.$

6.15. $y=(x+7)^{ctg 2x}.$

6.16. $y=(7x+4)^{\sqrt{x+3}}.$

6.17. $y=(x+1)^{arctg 2x}.$

6.18. $y=(1+x)^{\arcsin 7x}.$

6.19. $y=(x+5)^{\arcsin 3x}.$

6.20. $y=(x+5)^{\arccos 3x}.$

6.21. $y=(4x)^{arctg\frac{1}{x}}.$

6.22. $y=(3x^4)^{\sqrt{x+3}}.$

6.23. $y=(2x^3)^{\sin\sqrt{x}}.$

6.24. $y=(7x^5)^{\sqrt{x+2}}.$

6.25. $y=(3x)^{\sqrt{\cos x}}.$

6.26. $y=(7x)^{tg(x+3)}.$

6.27. $y=(5x)^{arctg(x+2)}.$

6.28. $y=(3x)^{tg(3x+1)}.$

6.29. $y=(7x)^{\sin(x+3)}.$

6.30. $y=(3x)^{arcctg 2x}.$

## IV блок.

## Найти $y'_x$

### *1*

1.1. $y^2 = 8x.$

1.2. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{7} = 1.$

1.3. $y = x + arctg\ y.$

1.4. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1.$

1.5. $y^2 = 25x - 4.$

1.6. $arcctg\ y = 4x + 5y.$

1.7. $y^2 - x = \cos y.$

1.8. $3x + \sin y = 5y.$

1.9. $tg\ y = 3x + 5y.$

1.10. $xy = ctg\ y.$

1.11. $y = e^y + 4x.$

1.12. $\ln y - \frac{y}{x} = 7.$

1.13. $y^2 + x^2 = \sin y.$

1.14. $e^y = 4x - 7y.$

1.15. $4\sin^2(x + y) = x.$

1.16. $\sin y = 7x + 3y.$

1.17. $tg\ y = 4y - 5x.$

1.18. $y = 7x - ctg\ y.$

1.19. $xy - 6 = \cos y.$

1.20. $3y = 7 + xy^3.$

1.21. $y^2 = x + \ln\left(\frac{y}{x}\right).$

1.22. $xy^2 - y^3 = 4x - 5.$

1.23. $x^2y^2 + x = 5y.$

1.24. $x^4 + x^2y^2 + y = 4.$

1.25. $\sin y = xy^2 + 5.$

1.26. $x^3 + y^3 = 5x.$

1.27. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{7}.$

1.28. $y^2 = \frac{x - y}{x + y}.$

1.29. $\sin^2(3x + y^2) = 5.$

1.30. $ctg^2(x + y) = 5x.$

### *2*

2.1. $\begin{cases} x = (2t + 3)\cos t, \\ y = 3t^3. \end{cases}$

2.2. $\begin{cases} x = 2\cos^2 t, \\ y = 3\sin^2 t. \end{cases}$

2.3. $\begin{cases} x = 6\cos^3 t, \\ y = 2\sin^3 t. \end{cases}$

2.4. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{t+2}, \\ y = \left(\dfrac{t}{t+2}\right)^2. \end{cases}$

2.5. $\begin{cases} x = e^{-2t}, \\ y = e^{4t}. \end{cases}$

2.6. $\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \sqrt[5]{t}. \end{cases}$

2.7. $\begin{cases} x = \dfrac{2t}{1+t^3}, \\ y = \dfrac{t^2}{1+t^2}. \end{cases}$

2.8. $\begin{cases} x = \sqrt{t^2 - 1}, \\ y = \dfrac{t+1}{\sqrt{t^2-1}}. \end{cases}$

2.9. $\begin{cases} x = 4t + 2t^2, \\ y = 5t^3 - 3t^2. \end{cases}$

2.10. $\begin{cases} x = \dfrac{\ln t}{t}, \\ y = t\ln t. \end{cases}$

2.11. $\begin{cases} x = e^t \cos t, \\ y = e^t \sin t. \end{cases}$

2.12. $\begin{cases} x = t^4, \\ y = \ln t. \end{cases}$

2.13. $\begin{cases} x = 5\cos t, \\ y = 4\sin t. \end{cases}$

2.14. $\begin{cases} x = 5\cos^2 t, \\ y = 3\sin^2 t. \end{cases}$

2.15. $\begin{cases} x = arctgt, \\ y = \ln(1+t^2). \end{cases}$

2.16. $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

2.17. $\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t). \end{cases}$

2.18. $\begin{cases} x = 3(\sin t - t\cos t), \\ y = 3(\cos t + t\sin t). \end{cases}$

2.19. $\begin{cases} x = \sin 2t, \\ y = \cos^2 t. \end{cases}$

2.20. $\begin{cases} x = e^{3t}, \\ y = e^{-3t}. \end{cases}$

2.21. $\begin{cases} x = \dfrac{\ln t}{t}, \\ y = t^2 \ln t. \end{cases}$

2.22. $\begin{cases} x = \arccos t, \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

2.23. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{t+1}, \\ y = \left(\dfrac{t}{t+1}\right)^2. \end{cases}$

2.24. $\begin{cases} x = 5\sin^3 t, \\ y = 3\cos^3 t. \end{cases}$

2.25. $\begin{cases} x = e^{-3t}, \\ y = e^{8t}. \end{cases}$

2.26. $\begin{cases} x = \sqrt[3]{(t-1)^2}, \\ y = \sqrt{t-1}. \end{cases}$

2.27. $\begin{cases} x = \ln^2 t, \\ y = t + \ln t. \end{cases}$

2.28. $\begin{cases} x = te^t, \\ y = \dfrac{t}{e^t}. \end{cases}$

2.29. $\begin{cases} x = 6t^2 - 4, \\ y = 3t^5. \end{cases}$

2.30. $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \ln t. \end{cases}$

## *3*

**Для данной функции $y$ и аргумента $x_0$ вычислить $y''(x_0)$**

3.1. $y = \sin^2 x, \quad x_0 = \dfrac{\pi}{2}.$

3.2. $y = arctg\, x, \quad x_0 = 1.$

3.3. $y = \ln(2 + x^2), \quad x_0 = 0.$

3.4. $y = e^x \cos x, \quad x_0 = 0.$

3.5. $y = e^x \sin 2x, \quad x_0 = 0.$

3.6. $y = e^{-x} \cos x, \quad x_0 = 0.$

3.7. $y = \sin 2x, \quad x_0 = \pi.$

3.8. $y = (2x+1)^5, \quad x_0 = 1.$

3.9. $y = \ln(1 + x), \quad x_0 = 2.$

3.10. $y = \dfrac{1}{2} x^2 e^x, \quad x_0 = 0.$

3.11. $y = \arcsin x, \quad x_0 = 0.$

3.12. $y = (5x - 4)^5, \quad x_0 = 2.$

3.13. $y = x \sin x, \quad x_0 = \dfrac{\pi}{2}.$

3.14. $y = x^2 \ln x, \quad x_0 = \dfrac{1}{3}.$

3.15. $y = x \sin 2x, \quad x_0 = -\dfrac{\pi}{4}.$

3.16. $y = x \cos 2x, \quad x_0 = \dfrac{\pi}{12}.$

3.17. $y = x^4 \ln x, \quad x_0 = 1.$

3.18. $y = x + arctgx, \quad x_0 = 1.$

3.19. $y = \cos^2 x, \quad x_0 = \dfrac{\pi}{4}.$

3.20. $y = \ln(x^2 - 4), \quad x_0 = 3.$

3.21. $y = x^2 \cos x, \quad x_0 = \dfrac{\pi}{2}.$

3.22. $y = x \arccos x, \quad x_0 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}.$

3.23. $y = (x+1)\ln(x+1), \quad x_0 = -\dfrac{1}{2}.$

3.24. $y = \ln^3 x, \quad x_0 = 1.$

3.25. $y = 2^{x^2}, \quad x_0 = 1.$

3.26. $y = (4x - 3)^5, \quad x_0 = 1.$

3.27. $y = xarcctgx, \quad x_0 = 2.$

3.28. $y = (7x - 4)^6, \quad x_0 = 1.$

3.29. $y = x\sin 2x, \quad x_0 = \dfrac{\pi}{4}.$ 3.30. $y = \sin\left(x^3 + \pi\right), \quad x_0 = \sqrt[3]{\pi}.$

## V блок.

### *1*

### Провести полное исследование указанных функций и построить их графики

1.1. $y = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}.$ 1.2. $y = \dfrac{x + 1}{(x - 1)^2}.$

1.3. $y = \dfrac{4x - x^2 - 4}{x}.$ 1.4. $y = \dfrac{x}{9 - x}.$

1.5. $y = \dfrac{2(x + 1)^2}{x - 2}.$ 1.6. $y = \dfrac{x^2}{4x^2 - 1}.$

1.7. $y = \dfrac{(1 - x)^3}{(x - 2)^2}.$ 1.8. $y = \dfrac{x^2}{(x + 2)^2}.$

1.9. $y = \dfrac{2 + x}{(x + 1)^2}.$ 1.10. $y = \dfrac{x^3}{x^2 - x + 1}.$

1.11. $y = \left(\dfrac{x - 2}{x + 1}\right)^2.$ 1.12. $y = \dfrac{x^3}{9 - x^3}.$

1.13. $y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x^2 - 2x}.$ 1.14. $y = \dfrac{(x - 2)^2}{x + 1}.$

1.15. $y = \dfrac{x^4}{x^3 - 1}.$ 1.16. $y = \dfrac{4x}{4 + x^2}.$

1.17. $y = \dfrac{x^2 + 6}{x^2 + 1}.$ 1.18. $y = \dfrac{5x}{4 - x^2}.$

1.19. $y = \dfrac{2x^2 + 2 + 4x}{2 - x}.$ 1.20. $y = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}.$

1.21. $y = \dfrac{2x - 1}{(x - 1)^2}.$ 1.22. $y = \dfrac{x^5}{x^4 - 1}.$

1.23. $y = \dfrac{x + 1}{(x - 1)^2}.$ 1.24. $y = \dfrac{x^2}{4x^2 - 1}.$

1.25. $y=\frac{x}{9-x}$.

1.26. $y=\frac{x^3}{x^4-1}$.

1.27. $y=x^2+\frac{1}{x^2}$.

1.28. $y=\frac{x^3+4}{x^2}$.

1.29. $y=\frac{4-2x}{1-x^2}$.

1.30. $y=\frac{5x^4+3}{x}$.

## 2

## Найти наименьшее и наибольшее значения функции $y=f(x)$ на отрезке $[a;b]$

2.1. $y=\ln(x^2-2x+2)$, $[0;3]$.

2.2. $y=\frac{3x}{x^2+1}$, $[0;5]$.

2.3. $y=\frac{2x-1}{(x-1)^2}$, $\left[-\frac{1}{2};0\right]$.

2.4. $y=(x+2)e^{1-x}$, $[-2;2]$.

2.5. $y=\ln(x^2-2x+4)$, $\left[-1;\frac{3}{2}\right]$.

2.6. $y=\frac{x^3}{x^2-x+1}$, $[-1;1]$.

2.7. $y=\left(\frac{x+1}{x}\right)^3$, $[1;2]$.

2.8. $y=\ln(x^2-2x+2)$, $[0;3]$.

2.9. $y=4-e^{-x^2}$, $[0;1]$.

2.10. $y=\frac{x^3+4}{x^2}$, $[1;2]$.

2.11. $y=xe^x$, $[-2;0]$.

2.12. $y=(x-2)e^x$, $[-2;1]$.

2.13. $y=(x-1)e^{-x}$, $[0;3]$.

2.14. $y=\frac{x}{9-x^2}$, $[-2;2]$.

2.15. $y=\frac{1+\ln x}{x}$, $\left[\frac{1}{e};e\right]$.

2.16. $y=e^{4x-x^2}$, $[1;3]$.

2.17. $y=\frac{x^5-8}{x^4}$, $[-3;-1]$.

2.18. $y=\frac{e^{2x}+1}{e^x}$, $[-1;2]$.

2.19. $y=x\ln x$, $\left[\frac{1}{e^2};1\right]$.

2.20. $y=x^3e^{x+1}$, $[-4;0]$.

2.21. $y=x^2-2x+\frac{2}{x-1}$, $[-1;3]$.

2.22. $y=(x+1)\cdot\sqrt[3]{x^2}$, $\left[-\frac{4}{5};3\right]$.

2.23. $y=e^{6x-x^2}$, $[-3;3]$.

2.24. $y=\dfrac{\ln x}{x}$, $[1;4]$.

2.25. $y=3x^4-16x^3+2$, $[-3;1]$.

2.26. $y=x^5-5x^4+5x^3+1$, $[-1;2]$.

2.27. $y=(3-x)e^{-x}$, $[0;5]$.

2.28. $y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\cos x$, $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

2.29. $y=108x-x^4$, $[-1;4]$.

2.30. $y=\dfrac{x^4}{4}-6x^3+7$, $[16;20]$.

## *Решение типовых примеров*

### I блок.

*Первый замечательный предел:* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$.

*Следствия из первого замечательного предела:*

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sin x}=1$; 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx}{x}=1$; 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{tgx}=1$.

*Второй замечательный предел:*

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e \quad \text{или} \quad \lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e.$$

### Найти указанные пределы.

$$\textbf{\textit{1.}}\ \lim_{x\to -1}\frac{3x^2+2x-1}{-x^2+x+2}.$$

***Решение:*** Подставляем в функцию под знаком предела вместо $x$ то значение, к которому он стремится, т. е. $x=-1$. Получаем:

$$\lim_{x\to -1}\frac{3x^2+2x-1}{-x^2+x+2}=\frac{3\cdot(-1)^2+2\cdot(-1)-1}{-(-1)^2+(-1)+2}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

Путем подстановки вместо $x$ заданного значения, была получена неопределенность $\left[\frac{0}{0}\right]$. Чтобы вычислить предел, необходимо избавиться от этой неопределенности. Так как числитель и знаменатель данного выражения представляют собой многочлены, то необходимо разложить их на множители. Для этого используем формулу:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2), \qquad (*)$$

где $x_1$, $x_2$ – корни соответствующего квадратного уравнения.

Решаем квадратное уравнение $3x^2 + 2x - 1 = 0$

$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 16 = 4^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 4}{6}.$$

$$x_1 = \frac{-2+4}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{-2-4}{6} = -1.$$

По формуле (*) получаем:

$$3x^2 + 2x - 1 = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x+1) = (3x-1)(x+1).$$

Аналогично для знаменателя:

$-x^2 + x + 2 = 0$ или $x^2 - x - 2 = 0$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9 = 3^2 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{2} \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = -1.$$

$$-x^2 + x + 2 = -(x-2)(x+1).$$

Подставим полученные разложения на множители в исходный предел и получим:

$$\lim_{x \to -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{-x^2 + x + 2} = \lim_{x \to -1} \frac{(3x-1)(x+1)}{-(x-2)(x+1)} = \lim_{x \to -1} \frac{3x-1}{-x+2} = \frac{3 \cdot (-1) - 1}{-(-1)+2} = \frac{-4}{3} = -\frac{4}{3}$$

$$\textbf{2. } \lim_{x \to \infty} \frac{2x^3 - 4x + 1}{5x^2 - 6}.$$

***Решение:*** Подставляем в функцию под знаком предела вместо $x$ то значение, к которому он стремится, т. е. $x \to \infty$. Получаем неопределенность $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$. Для того, чтобы избавиться от этой неопределенности, необходимо числитель и знаменатель разделить на наивысшую степень $x$, входящую в данную функцию, т.е. на $x^3$. Получаем:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3-4x+1}{5x^2-6}=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{2x^3}{x^3}-\dfrac{4x}{x^3}+\dfrac{1}{x^3}}{\dfrac{5x^2}{x^3}-\dfrac{6}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2-\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{1}{x^3}}{\dfrac{5}{x}-\dfrac{6}{x^3}}=\frac{2-0+0}{0-0}=\infty.$$

**3.** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{2x+3}-3}$.

***Решение:*** Подставим под знак предела вместо $x$ значение, к которому он стремится, т. е. $x=3$. Получаем неопределенность вида $\left[\frac{0}{0}\right]$. Так как под знаком предела содержатся иррациональные выражения, то для избавления от неопределенности домножим числитель и знаменатель исходной дроби на выражения, сопряженные к данным иррациональным. Получаем:

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{2x+3}-3}=\lim_{x\to 3}\frac{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)\left(\sqrt{2x+3}+3\right)}{\left(\sqrt{2x+3}-3\right)\left(\sqrt{2x+3}+3\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{\left((\sqrt{x+1})^2-2^2\right)\left(\sqrt{2x+3}+3\right)}{\left(\left(\sqrt{2x+3}\right)^2-3^2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to 3}\frac{(x+1-4)\left(\sqrt{2x+3}+3\right)}{(2x+3-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{2x+3}+3\right)}{2(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{2x+3}+3}{2\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\frac{\sqrt{2\cdot 3+3}+3}{2\left(\sqrt{3+1}+2\right)}=$$

$$=\frac{3+3}{2(2+2)}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}.$$

**4.** $\lim\limits_{x\to 0}\left(\sin 6x\cdot ctg3x\right)$.

***Решение:*** Подстановка $x=0$ приводит к неопределенности вида $[0\cdot\infty]$. Для вычисления предела используем первый замечательный предел и его следствия.

$$\lim_{x\to 0}\left(\sin 6x\cdot ctg3x\right)=\lim_{x\to 0}\frac{\sin 6x}{tg3x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\underbrace{\frac{\sin 6x}{6x}}_{=1}\cdot\frac{6x}{tg3x}=\lim_{x\to 0}\frac{6x}{tg3x}=\lim_{x\to 0}2\cdot\underbrace{\frac{3x}{tg3x}}_{=1}=2.$$

$$\textbf{5.}\ \lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{2x+5}\right)^{2-x}.$$

***Решение:*** В данном пределе имеем неопределенность вида $\left[1^{\infty}\right]$. Для вычисления предела используем второй замечательный предел.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{2x+5}\right)^{2-x}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{(2x+5)-2}{2x+5}\right)^{2-x}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+5}{2x+5}+\frac{-2}{2x+5}\right)^{2-x}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{-2}{2x+5}\right)^{2-x}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{(2x+5)\big/-2}\right)^{2-x}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{(2x+5)\big/-2}\right)^{\frac{2x+5}{-2}\cdot\frac{-2}{2x+5}\cdot(2-x)}$$

$$=\lim_{x\to\infty}e^{\frac{-2(2-x)}{2x+5}}=\lim_{x\to\infty}e^{\frac{-4+2x}{2x+5}}=\lim_{x\to\infty}e^{\frac{x\left(-4/x+2\right)}{x\left(2+5/x\right)}}=\lim_{x\to\infty}e^{\frac{-4/x+2}{2+5/x}}=\lim_{x\to\infty}e^{\frac{0+2}{2+0}}=e.$$

$$\textbf{6.}\ \lim_{x\to-1}(2+x)^{5/(x+1)}.$$

***Решение:*** В данном пределе имеем неопределенность вида $\left[1^{\infty}\right]$. Для вычисления предела используем второй замечательный предел.

Введем новую переменную $y=x+1$. Так как $x\to-1\Rightarrow y\to0$.

Получаем: $$\lim_{x\to-1}(2+x)^{\frac{5}{x+1}}=\lim_{y\to0}(1+y)^{\frac{5}{y}}=\lim_{y\to0}\left[(1+y)^{\frac{1}{y}}\right]^{5}=e^{5}.$$

## II блок.

*Некоторые эквивалентные функции при* $x\to0$**:**

$\sin x\sim x$; $1-\cos x\sim\frac{x^2}{2}$; $tg\ x\sim x$; $\arcsin x\sim x$;

$arctg\ x\sim x$; $\ln(1+x)\sim x$; $e^x-1\sim x$.

***1.*** **Проверить, являются ли функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ бесконечно малыми одного порядка малости при $x\to0$**

$$f(x)=\cos2x-\cos^3 2x;\quad \varphi(x)=3x^2-5x^3.$$

***Решение:***

Находим $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{\varphi(x)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos^3 2x}{3x^2-5x^3}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x\left(1-\cos^2 2x\right)}{x^2\left(3-5x\right)}=$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\cos 2x\cdot\sin^2 2x}{x^2\left(3-5x\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{4\cos 2x\cdot\sin 2x\cdot\sin 2x}{2x\cdot 2x\cdot\left(3-5x\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{4\cos 2x}{3-5x}=\frac{4}{3}.$$

Так как предел отношения функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ равен отличной от нуля постоянной, то данные функции – бесконечно малые одного порядка малости.

### *2.* Найти предел, используя эквивалентные бесконечно малые функции

$$\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin 8x}{\ln\left(1+4x\right)}.$$

***Решение*** $\quad \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 8x}{\ln\left(1+4x\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{8x}{4x}=2.$

### *3.* Исследовать данную функцию на непрерывность и построить ее график:

$$f(x)=\begin{cases}x^2, & x\le 0,\\ \left(x-1\right)^2, & 0<x\le 2,\\ 5-x, & x>2.\end{cases}$$

***Решение:*** Функция $f(x)$ определена и непрерывна на интервалах $\left(-\infty;0\right),\left(0;2\right),\left(2;+\infty\right)$, где она задана непрерывными элементарными функциями. Следовательно, разрыв возможен только в точках $x_1=0$ и $x_2=2$.

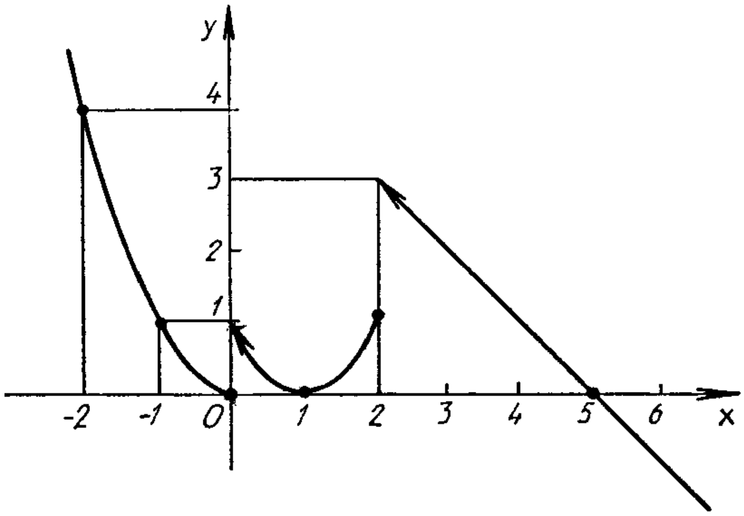
Для точки $x_1=0$ имеем: $\lim\limits_{x\to 0-0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0-0}x^2=0;\quad \lim\limits_{x\to 0+0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0+0}(x-1)^2=1;$

$f(0)=x^2\Big|_{x=0}=0$, т.е. функция $f(x)$ в точке $x_1=0$ имеет разрыв первого рода.

Для точки $x_2=2$ находим: $\lim\limits_{x\to 2-0}f(x)=\lim\limits_{x\to 2-0}\left(x-1\right)^2=1;$

$\lim\limits_{x\to 2+0}f(x)=\lim\limits_{x\to 2+0}(5-x)=3;\ f(2)=\left(x-1\right)^2\Big|_{x=2}=1$, т.е. в точке $x_2=2$ функция также имеет разрыв первого рода.

График данной функции:




**4. Исследовать функцию $f(x) = 8^{\frac{1}{x-3}} + 1$ на непрерывность**

**в точках $x_1 = 3, \quad x_2 = 4.$**

***Решение:*** Для точки $x_1 = 3$ имеем:

$$\lim_{x \to 3-0} f(x) = \lim_{x \to 3-0} \left( 8^{\frac{1}{x-3}} + 1 \right) = 8^{-\infty} + 1 = 0 + 1 = 1;$$

$\lim\limits_{x \to 3+0} f(x) = \lim\limits_{x \to 3+0} \left( 8^{\frac{1}{x-3}} + 1 \right) = 8^{+\infty} + 1 = +\infty + 1 = +\infty$, т.е. в точке $x_1 = 3$ функция $f(x)$ терпит бесконечный разрыв ($x_1 = 3$ – точка разрыва второго рода).

Для точки $x_2 = 4$ имеем: $\lim\limits_{x \to 4-0} f(x) = \lim\limits_{x \to 4-0} \left( 8^{\frac{1}{x-3}} + 1 \right) = 8^1 + 1 = 8 + 1 = 9;$

$\lim\limits_{x \to 4+0} f(x) = \lim\limits_{x \to 4+0} \left( 8^{\frac{1}{x-3}} + 1 \right) = 8^1 + 1 = 8 + 1 = 9;$ $\quad f(4) = 8^{\frac{1}{4-3}} + 1 = 8^1 + 1 = 9$, т.е. в точке $x_2 = 4$ функция $f(x)$ непрерывна.

## III блок.

*Основные правила дифференцирования и их следствия:*

1) $(C)'=0$;

2) $(u\pm v)'=u'\pm v'$;

3) $(u\cdot v)'=u'v+uv'$;

4) $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$;

5) $(Cu)'=Cu'$;

6) $\left(\frac{C}{v}\right)'=-\frac{Cv'}{v^2}$.

*Таблица производных простых функций:*

1) $(x^n)'=n\cdot x^{n-1}$, где $n$ – любое действительное число;

1а) $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$;

1б) $\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$;

2) $(\log_a x)'=\frac{1}{x\cdot\ln a}$;

2а) $(\ln x)'=\frac{1}{x}$;

3) $(a^x)'=a^x\ln a$;

3а) $(e^x)'=e^x$;

4) $(\sin x)'=\cos x$;

5) $(\cos x)'=-\sin x$;

6) $(tg\,x)'=\frac{1}{\cos^2 x}$;

7) $(ctg\,x)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$;

8) $(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(|x|<1)$;

9) $(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(|x|<1)$;

10) $(arctg\,x)'=\frac{1}{1+x^2}$;

11) $(arcctg\,x)'=-\frac{1}{1+x^2}$.

*Таблица производных сложных функций.*

1) $(u^n)'=n\cdot u^{n-1}\cdot u'$, где $n$ – любое действительное число;

1а) $(\sqrt{u})'=\frac{1}{2\sqrt{u}}\cdot u'$;

1б) $\left(\frac{1}{u}\right)'=-\frac{u'}{u^2}$

2) $\left(\log_a u\right)' = \dfrac{1}{u\cdot\ln a}\cdot u'$;

2a) $\left(\ln u\right)' = \dfrac{1}{u}\cdot u'$;

3) $\left(a^u\right)' = a^u \ln a\cdot u'$;

3a) $\left(e^u\right)' = e^u\cdot u'$;

4) $\left(\sin u\right)' = \cos u\cdot u'$;

5) $\left(\cos u\right)' = -\sin u\cdot u'$;

6) $\left(tg\,u\right)' = \dfrac{1}{\cos^2 u}\cdot u'$;

7) $\left(ctg\,u\right)' = -\dfrac{1}{\sin^2 u}\cdot u'$;

8) $\left(\arcsin u\right)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}}\cdot u'$;

9) $\left(\arccos u\right)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}}\cdot u'$;

10) $\left(arctg\,u\right)' = \dfrac{1}{1+u^2}\cdot u'$;

11) $\left(arcctg\,u\right)' = -\dfrac{1}{1+u^2}\cdot u'$.

### Продифференцировать следующие функции

**1.** $y = 9x^5 - \dfrac{4}{x^3} + \sqrt[3]{x^7} - 3x + 4.$

***Решение:*** Запишем функцию в удобном для дифференцирования виде:

$$y = 9x^5 - 4x^{-3} + x^{\frac{7}{3}} - 3x + 4.$$

Так как $\left(u \pm v\right)' = u' \pm v'$, то $y' = \left(9x^5\right)' - \left(4x^{-3}\right)' + \left(x^{\frac{7}{3}}\right)' - \left(3x\right)' + \left(4\right)'$.

Далее, используя правила дифференцирования $\left(Cu\right)' = Cu'$, $(C)' = 0$ и формулу $\left(x^n\right)' = n\cdot x^{n-1}$, получим:

$$y' = 9\cdot 5x^{5-1} - 4\cdot\left(-3\right)\cdot x^{-3-1} + \frac{7}{3}\cdot x^{\frac{7}{3}-1} - 3\cdot x^{1-1} + 0 = 45x^4 + 12x^{-4} + \frac{7}{3}x^{\frac{4}{3}} - 3 =$$

$$= 45x^4 + \frac{12}{x^4} + \frac{7}{3}\cdot\sqrt[3]{x^4} - 3.$$

*2.* $y = \sqrt[4]{\left(2x^2 - 3x + 1\right)^3} - \dfrac{6}{\left(x+1\right)^3}.$

***Решение:*** Запишем функцию в удобном для дифференцирования виде:

$$y = \left(2x^2 - 3x + 1\right)^{\frac{3}{4}} - 6\left(x+1\right)^{-3}.$$

Используем формулу $\left(u^n\right)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$.

Получим: $y' = \frac{3}{4}\left(2x^2 - 3x + 1\right)^{\frac{3}{4}-1} \cdot \left(2x^2 - 3x + 1\right)' - 6 \cdot (-3) \cdot (x+1)^{-3-1} \cdot (x+1)' =$

$= \frac{3}{4}\left(2x^2 - 3x + 1\right)^{-\frac{1}{4}} \cdot \left(2 \cdot 2x - 3 \cdot 1 + 0\right) + 18 \cdot (x+1)^{-4} \cdot (1+0) =$

$= \frac{3}{4} \cdot \frac{(4x-3)}{\sqrt[4]{2x^2 - 3x + 1}} + \frac{18}{(x+1)^4}.$

**3.** $y = tg^5(x+2) \cdot \arccos 3x^2.$

***Решение:*** Производную находим по формуле $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$.

Тогда получаем: $y' = \left(tg^5(x+2)\right)' \cdot \arccos 3x^2 + tg^5(x+2) \cdot \left(\arccos 3x^2\right)'$.

Найдем отдельно производные указанных выражений, а затем подставим полученный результат в $y'$.

Для вычисления производной функции $tg^5(x+2)$ используем формулу $\left(u^n\right)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$ (здесь $u = tg(x+2)$) и формулу $(tg\,u)' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$ (здесь $u = x + 2$).

В результате решения получим: $\left(tg^5(x+2)\right)' = 5 \cdot tg^{5-1}(x+2) \cdot \left(tg(x+2)\right)' =$

$= 5tg^4(x+2) \cdot \frac{1}{\cos^2(x+2)} \cdot (x+2)' = \frac{5tg^4(x+2)}{\cos^2(x+2)}.$

Далее вычислим производную функции $\arccos 3x^2$. Для этого используем формулу $(\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$ (здесь $u = 3x^2$) и формулу $\left(x^n\right)' = n \cdot x^{n-1}$.

Тогда $\left(\arccos 3x^2\right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-\left(3x^2\right)^2}} \cdot \left(3x^2\right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-9x^4}} \cdot 3 \cdot 2x^{2-1} = -\frac{6x}{\sqrt{1-9x^4}}.$

Подставим полученные выражения в производную $y'$ и в итоге имеем:

$y' = \frac{5tg^4(x+2)}{\cos^2(x+2)} \cdot \arccos 3x^2 + tg^5(x+2) \cdot \left(-\frac{6x}{\sqrt{1-9x^4}}\right) =$

$$=\frac{5tg^4(x+2)\cdot\arccos 3x^2}{\cos^2(x+2)}-\frac{6x\cdot tg^5(x+2)}{\sqrt{1-9x^4}}.$$

**4.** $$y=\frac{x^2-3x+2}{e^{-x^4}}.$$

***Решение:*** Применим формулу дифференцирования частного двух функций $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$.

По этой формуле $y'=\dfrac{\left(x^2-3x+2\right)'\cdot e^{-x^4}-\left(x^2-3x+2\right)\cdot\left(e^{-x^4}\right)'}{\left(e^{-x^4}\right)^2}$.

Известно, что производная $\left(e^u\right)'=e^u\cdot u'$.

Тогда искомая производная равна:

$$y'=\frac{(2x-3)\cdot e^{-x^4}-\left(x^2-3x+2\right)\cdot\left(e^{-x^4}\right)\cdot\left(-x^4\right)'}{\left(e^{-x^4}\right)^2}=$$

$$=\frac{(2x-3)\cdot e^{-x^4}-\left(x^2-3x+2\right)\cdot\left(e^{-x^4}\right)\cdot\left(-4x^3\right)}{\left(e^{-x^4}\right)^2}=\frac{e^{-x^4}\left(2x-3+4x^3\cdot\left(x^2-3x+2\right)\right)}{\left(e^{-x^4}\right)^2}=$$

$$=\frac{2x-3+4x^3\cdot\left(x^2-3x+2\right)}{e^{-x^4}}.$$

**5.** $$y=\sqrt[7]{\frac{x+5}{x-5}}\cdot ctg(3x-4).$$

***Решение:*** Прологарифмируем данную функцию:

$$\ln y=\ln\left(\sqrt[7]{\frac{x+5}{x-5}}\cdot ctg(3x-4)\right).$$

Используя свойства логарифмической функции, преобразуем правую часть полученного равенства: $\ln y=\ln\left(\dfrac{(x+5)^{\frac{1}{7}}}{(x-5)^{\frac{1}{7}}}\cdot ctg(3x-4)\right)=$

$$= \ln(x+5)^{\frac{1}{7}} - \ln(x-5)^{\frac{1}{7}} + \ln(ctg(3x-4)) = \frac{1}{7}\ln(x+5) - \frac{1}{7}\ln(x-5) + \ln(ctg(3x-4)).$$

Используя формулы дифференцирования $(\ln u)' = \frac{1}{u}\cdot u'$ и $(ctg\,u)' = -\frac{1}{\sin^2 u}\cdot u'$,

получим:

$$\frac{1}{y}\cdot y' = \frac{1}{7}\cdot\frac{1}{x+5}\cdot(x+5)' - \frac{1}{7}\cdot\frac{1}{x-5}\cdot(x-5)' + \frac{1}{ctg(3x-4)}\cdot(ctg(3x-4))'.$$

$$\frac{1}{y}\cdot y' = \frac{1}{7}\cdot\frac{1}{x+5}\cdot(1+0) - \frac{1}{7}\cdot\frac{1}{x-5}\cdot(1-0) + \frac{1}{ctg(3x-4)}\cdot\left(-\frac{1}{\sin^2(3x-4)}\cdot(3x-4)'\right).$$

$$\frac{1}{y}\cdot y' = \frac{1}{7(x+5)} - \frac{1}{7(x-5)} - \frac{3}{ctg(3x-4)\cdot\sin^2(3x-4)}.$$

Отсюда $y' = \left(\frac{1}{7(x+5)} - \frac{1}{7(x-5)} - \frac{3}{ctg(3x-4)\cdot\sin^2(3x-4)}\right)\cdot y$.

Подставим из условия задачи выражение $y$ и в итоге получим:

$$y' = \left(\frac{1}{7(x+5)} - \frac{1}{7(x-5)} - \frac{3}{ctg(3x-4)\cdot\sin^2(3x-4)}\right)\cdot\sqrt[7]{\frac{x+5}{x-5}}\cdot ctg(3x-4).$$

**6.** $y = (x+1)^{\ln(3x+2)}$.

***Решение:*** Прологарифмируем данную функцию: $\ln y = \ln(x+1)^{\ln(3x+2)}$.

Используя свойства логарифмической функции, преобразуем правую часть полученного равенства: $\ln y = \ln(3x+2)\cdot\ln(x+1)$.

Используем правило дифференцирования $(u\cdot v)' = u'v + uv'$:

$$\frac{1}{y}\cdot y' = (\ln(3x+2))'\cdot\ln(x+1) + \ln(3x+2)\cdot(\ln(x+1))'.$$

Применяя формулу $(\ln u)' = \frac{1}{u}\cdot u'$, получим:

$$\frac{1}{y}\cdot y' = \frac{1}{3x+2}\cdot(3x+2)'\cdot\ln(x+1) + \ln(3x+2)\cdot\frac{1}{x+1}\cdot(x+1)'.$$

$$\frac{1}{y}\cdot y' = \frac{1}{3x+2}\cdot(3+0)\cdot\ln(x+1) + \ln(3x+2)\cdot\frac{1}{x+1}(1+0).$$

$$\frac{1}{y}\cdot y'=\frac{3\ln(x+1)}{3x+2}+\frac{\ln(3x+2)}{x+1}.$$

Отсюда $y'=\left(\frac{3\ln(x+1)}{3x+2}+\frac{\ln(3x+2)}{x+1}\right)\cdot y.$

Подставим из условия задачи выражение $y$ и в итоге получим:

$$y'=\left(\frac{3\ln(x+1)}{3x+2}+\frac{\ln(3x+2)}{x+1}\right)\cdot(x+1)^{\ln(3x+2)}.$$

## IV блок.

## Найти $y'_x$

***1.*** $x^3y-y^2=6x.$

***Решение:*** Продифференцируем функцию, заданную неявно:

$$\left(x^3\right)'\cdot y+x^3\cdot y'-2y\cdot y'=6 \text{ или } 3x^2\cdot y+x^3\cdot y'-2y\cdot y'=6.$$

Сгруппируем второе и третье слагаемое последнего равенства и вынесем общий множитель $y'$ за скобку: $3x^2\cdot y+y'\left(x^3-2y\right)=6.$ Отсюда получим:

$y'\left(x^3-2y\right)=6-3x^2y.$ Тогда производная равна $y'=\frac{6-3x^2y}{x^3-2y}.$

***2.*** $\begin{cases} x=3t^4-t^2, \\ y=t^3-5. \end{cases}$

***Решение:*** Продифференцируем функцию, заданную в параметрическом виде: $\begin{cases} x'_t=12t^3-2t, \\ y'_t=3t^2. \end{cases}$

Используя формулу $y'_x=\frac{y'_t}{x'_t}$, получим: $y'_x=\frac{3t^2}{12t^3-2t}=\frac{3t^2}{t\left(12t^2-2\right)}=\frac{3t}{12t^2-2}.$

### ***3.*** Для данной функции $y$ и аргумента $x_0$ вычислить $y''(x_0)$

$$y=\frac{1}{8}-\frac{1}{2}\sin^2 x;\quad x_0=\frac{\pi}{4}.$$

***Решение:*** Найдем последовательно $y'$ и $y''$:

$$y' = 0 - \frac{1}{2} \cdot 2\sin x \cdot (\sin x)' = -\sin x \cdot \cos x;$$

$$y'' = -(\sin x)' \cdot \cos x - \sin x \cdot (\cos x)' = -\cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot (-\sin x) = -\cos^2 x + \sin^2 x.$$

Подставим в полученное выражение $x_0 = \frac{\pi}{4}$:

$$y''\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\cos^2 \frac{\pi}{4} + \sin^2 \frac{\pi}{4} = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0.$$

## V блок.

### *1.* Провести полное исследование указанной функций и построить ее график

Исследование функции рекомендуется проводить по следующей схеме:

1) найти область определения функции;
2) исследовать функцию на непрерывность;
3) определить является ли данная функция четной, нечетной;
4) найти интервалы возрастания и убывания функции и точки ее экстремума;
5) найти интервалы выпуклости, вогнутости графика функции и точки перегиба;
6) найти асимптоты графика функции;
7) построить график, используя результаты исследования.

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 1}.$$

***Решение:*** Проводим исследование функции по приведенной схеме.

1) Областью определения функции является множество $x \in (-\infty; -1); (-1; 1); (1; +\infty)$.

2) Функция не определена при $x = \pm 1$, значит, она не является непрерывной.

Найдем односторонние пределы в точках разрыва:

$$\lim_{x \to -1-0}\left(\frac{x^3}{x^2-1}\right) = \frac{(-1-0)^3}{(-1-0)^2 - 1} = \frac{-1}{+0} = -\infty; \quad \lim_{x \to -1+0}\left(\frac{x^3}{x^2-1}\right) = \frac{(-1+0)^3}{(-1+0)^2 - 1} = \frac{-1}{-0} = +\infty;$$

$$\lim_{x\to 1-0}\left(\frac{x^3}{x^2-1}\right)=\frac{(1-0)^3}{(1-0)^2-1}=\frac{1}{-0}=-\infty;\quad \lim_{x\to 1+0}\left(\frac{x^3}{x^2-1}\right)=\frac{(1+0)^3}{(1+0)^2-1}=\frac{1}{+0}=+\infty.$$

Так как односторонние пределы равны бесконечности, то точки $x=\pm 1$ являются точками разрыва второго рода.

3) Подставим в данную функцию вместо “$x$” выражение “$-x$”, получим:

$y(-x)=\dfrac{(-x)^3}{(-x)^2-1}=\dfrac{-x^3}{x^2-1}=-\dfrac{x^3}{x^2-1}$. Так как $y(-x)=-y(x)$, то функция является нечетной и ее график будет симметричен относительно начала координат.

4) Найдем производную данной функции, используя формулу $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$.

Получаем:

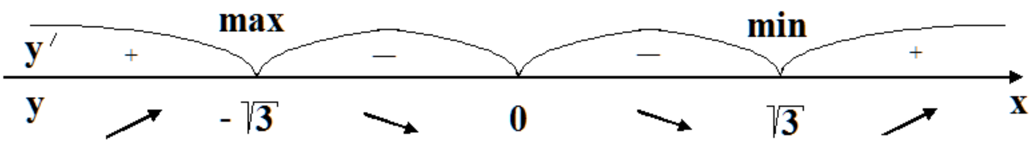
$$y'=\frac{\left(x^3\right)'\cdot\left(x^2-1\right)-x^3\cdot\left(x^2-1\right)'}{\left(x^2-1\right)^2}=\frac{3x^2\cdot\left(x^2-1\right)-x^3\cdot 2x}{\left(x^2-1\right)^2}=\frac{3x^4-3x^2-2x^4}{\left(x^2-1\right)^2}=\frac{x^4-3x^2}{\left(x^2-1\right)^2}.$$

Приравняем полученную производную к нулю, найдем критические точки.

$y'=0\Rightarrow\dfrac{x^4-3x^2}{\left(x^2-1\right)^2}=0\Rightarrow x_1=0;\quad x_{2,3}=\pm\sqrt{3}$ – это критические точки.

Начертим числовую прямую, отметим на ней критические точки и определим знак производной в полученных интервалах. Для того чтобы определить знак производной в каком-либо интервале, достаточно подставить в выражение $y'$ любое значение “$x$” из данного интервала.

Таким образом, получаем:




Получили, что функция убывает на интервале $\left(-\sqrt{3};0\right)\!\cup\!\left(0;\sqrt{3}\right)$; возрастает на интервалах $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)\!\cup\!\left(\sqrt{3};+\infty\right)$. При $x=-\sqrt{3}$ функция имеет максимум, при $x=\sqrt{3}$ функция имеет минимум.

Найдем значение функции в точках максимума и минимума:

$$y_{\max} = y(-\sqrt{3}) = \frac{\left(-\sqrt{3}\right)^3}{\left(-\sqrt{3}\right)^2 - 1} = -\frac{3\sqrt{3}}{2}; \qquad y_{\min} = y(\sqrt{3}) = \frac{\left(\sqrt{3}\right)^3}{\left(\sqrt{3}\right)^2 - 1} = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

Получим точки с координатами $\left(-\sqrt{3};-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ и $\left(\sqrt{3};\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ – это точки экстремума.

5) Вычислим производную второго порядка:

$$y'' = (y')' = \left(\frac{x^4 - 3x^2}{(x^2-1)^2}\right)' = \frac{(x^4-3x^2)' \cdot (x^2-1)^2 - (x^4-3x^2)\cdot\left((x^2-1)^2\right)'}{\left((x^2-1)^2\right)^2} =$$

$$= \frac{(4x^3-6x)\cdot(x^2-1)^2 - (x^4-3x^2)\cdot 2(x^2-1)\cdot(x^2-1)'}{(x^2-1)^4} =$$

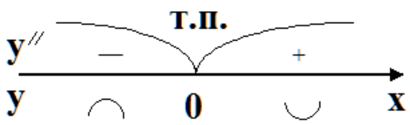
$$= \frac{(4x^3-6x)\cdot(x^2-1)^2 - (x^4-3x^2)\cdot 2(x^2-1)\cdot 2x}{(x^2-1)^4} = \frac{(x^2-1)\left((4x^3-6x)(x^2-1) - 4x(x^4-3x^2)\right)}{(x^2-1)^4} =$$

$$= \frac{4x^5 - 6x^3 - 4x^3 + 6x - 4x^5 + 12x^3}{(x^2-1)^3} = \frac{2x^3+6x}{(x^2-1)^3}.$$

Приравняем $y''$ к нулю, найдем точки перегиба.

$$y'' = 0 \Rightarrow \frac{2x^3+6x}{(x^2-1)^3} = 0 \Rightarrow 2x^3 + 6x = 0 \Rightarrow 2x(x^2+3) = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Начертим числовую прямую, отметим на ней найденную точку и определим знак второй производной в полученных интервалах.




Таким образом, функция выпукла на интервале $(-\infty;0)$; функция вогнута на интервале $(0;+\infty)$.

Значит, $x = 0$ – точка перегиба. Найдем значение функции в этой точке: $y(0) = \frac{0^3}{0^2 - 1} = 0$. Получим точку с координатами $(0;0)$ – это точка перегиба.

6) Найдем асимптоты графика функции.

Так как функция терпит разрыв в точках $x = \pm 1$, то прямые $x = \pm 1$– вертикальные асимптоты.

Наклонные асимптоты находим по уравнению $y = kx + b$,

где $k = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{y(x)}{x}; b = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \left(y(x) - kx\right)$

Вычислим значения $k,\ b$.

$$k = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^3}{(x^2-1)x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^3}{x^3 - x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\left(x^3\right)'}{\left(x^3 - x\right)'} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{3x^2}{3x^2-1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] =$$

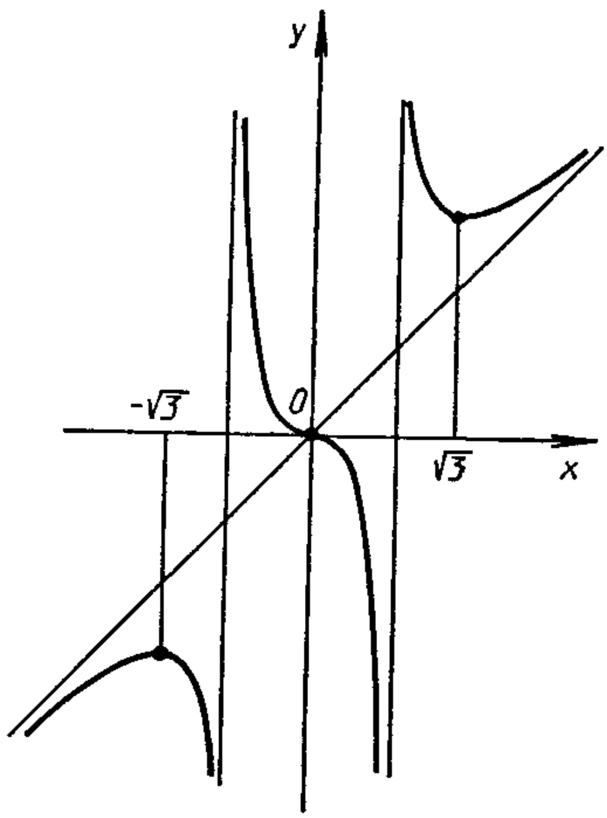
$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\left(3x^2\right)'}{\left(3x^2-1\right)'} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{6x}{6x} = 1.$$

$$b = \lim_{x\to\pm\infty} \left(\frac{x^3}{x^2-1} - 1\cdot x\right) = \lim_{x\to\pm\infty} \left(\frac{x^3 - x^3 + x}{x^2-1}\right) = \lim_{x\to\pm\infty} \left(\frac{x}{x^2-1}\right) = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] =$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x'}{\left(x^2-1\right)'} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{2x} = \frac{1}{\infty} = 0\,.$$

Подставим полученные значения $k$ и $b$ в уравнение асимптот $y = kx + b$ и получим, что прямая $y = x$ является наклонной асимптотой.

7) Построим график функции, используя результаты проведенного исследования.



## *2.* Найти наименьшее и наибольшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a;b]$

$$f(x) = 2\sin x + \cos 2x; \quad \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

***Решение:*** Находим критические точки $y' = 2\cos x - 2\sin 2x.$

$y' = 0 \Rightarrow 2\cos x - 2\sin 2x = 0.$ Решаем полученное уравнение, используя тригонометрические формулы:

$$2\cos x - 2\cdot 2\sin x\cos x = 0;$$

$$2\cos x(1 - 2\sin x) = 0;$$

$$2\cos x = 0 \text{ или } 1 - 2\sin x = 0.$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \text{ или } x = (-1)^n\frac{\pi}{6} + \pi n, \quad k, n \in Z.$$

Из всех найденных критических точек только $x = \frac{\pi}{2}$ и $x = \frac{\pi}{6}$ принадлежат отрезку $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Вычислим значение функции в критических точках и на границах интервала:

$y(0) = 2\sin 0 + \cos(2\cdot 0) = 2\sin 0 + \cos 0 = 2\cdot 0 + 1 = 1;$

$y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2\sin\frac{\pi}{6} + \cos\left(2\cdot\frac{\pi}{6}\right) = 2\sin\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{3} = 2\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1{,}5;$

$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\sin\frac{\pi}{2} + \cos\left(2\cdot\frac{\pi}{2}\right) = 2\sin\frac{\pi}{2} + \cos\pi = 2\cdot 1 - 1 = 1.$

В итоге получили: $y_{наим} = y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1; \quad y_{наиб} = y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1{,}5.$