Расчетно-графическая работа

Введение в вузовскую математику

При решении примеров и задач необходимо вместо N подставить свой порядковый номер по списку (N не может быть больше 20, если ваш номер по списку 21, то вместо N подставляете 1; 22 – 2; 23 – 3 и т.д.). Буква «a» определяет номер учебной группы. Если ваша группа ЭЛ-11, то $a=1$, для ЭЛ-12 $a=2$, ЭЛ-13 $a=3$ и т.д.

Пример оформления работы найдете по **ссылке**.

Контрольная работа № 0

I. Вычислить

$$\frac{\dfrac{-7-\dfrac{a}{5}-\dfrac{N}{12}+\dfrac{4\cdot a+5\cdot N}{60}}{0{,}5}+N\cdot\left(\dfrac{7}{5}+3{,}5\cdot 0{,}8\right)+\dfrac{4}{15}\cdot a+10}{(2{,}4\cdot 1{,}3+1{,}88)(N\cdot 0{,}84-0{,}8)}.$$

II. Упростить

$$\left(\frac{(N\cdot x)^3+(a\cdot y)^3}{(N\cdot x)^2-(a\cdot y)^2}-\frac{1}{(a\cdot y)^{-1}-(N\cdot x)^{-1}}\right)\cdot(N\cdot x-a\cdot y)^{-1}+\frac{x^2-2a\cdot x+a^2-N^2}{x-a-N}.$$

III. Решить уравнение

$$\frac{2a}{x^2-1}=\frac{N}{a-N\cdot x}\left(\frac{a}{x-1}-N\right).$$

IV. Разложить на простейшие дроби

$$\frac{a\cdot x+N}{(x-1)(x^2+a\cdot x+a^2)}.$$

V. Решить неравенство

$$\frac{a+N}{x-a}<\frac{1}{x+a\cdot N}.$$

VI. Решить неравенство

$$|x+a|\le(N+1)x.$$

VII. Вычислить с точностью до 10^{-3}

$$\cos(a^0)\cdot\sin(2)\cdot tg\left(\frac{N}{3}\right)\cdot ctg\left(\frac{1}{N+1}\right)$$ (a^0 - это градусная мера угла a).

VIII. Под каким углом α^0 к горизонту следует произвести бросок из начала координат и с заданной начальной скоростью $v_0=15{,}5$ *м/с*, чтобы попасть в цель (трение при полете не учитывается), находящуюся на расстоянии N *м* от начала координат ($g=9{,}81$).

Вариант 2

(N=2; a=5).

I. Вычислить

$$\frac{\dfrac{-7-\dfrac{5}{5}-\dfrac{2}{12}+\dfrac{4\cdot 5+5\cdot 2}{60}}{0{,}5}+2\cdot\left(\dfrac{7}{5}+3{,}5\cdot 0{,}8\right)+\dfrac{4}{15}\cdot 5+10}{(2{,}4\cdot 1{,}3+1{,}88)(2\cdot 0{,}84-0{,}8)}.$$

Решение:

1) $-7-1-\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{2}=-8+\dfrac{1}{3}=-\dfrac{23}{3}.$

2) $-\dfrac{23}{3}:0{,}5=-\dfrac{23}{3}\cdot 2=-\dfrac{46}{3}.$

3) $2\cdot\left(\dfrac{7}{5}+3{,}5\cdot 0{,}8\right)=2\cdot(1{,}4+2{,}8)=2\cdot 4{,}2=8{,}4.$

4) $\dfrac{4}{15}\cdot 5=\dfrac{4}{3}.$

5) $-\dfrac{46}{3}+8{,}4+\dfrac{4}{3}+10=18{,}4-\dfrac{42}{3}=18{,}4-14=4{,}4.$

6) $(2{,}4\cdot 1{,}3+1{,}88)(2\cdot 0{,}84-0{,}8)=5\cdot 0{,}88=4{,}4.$

7) $\dfrac{4{,}4}{4{,}4}=1.$

Ответ: 1.

II. Упростить

$$\left(\frac{(2x)^3+(5y)^3}{(2x)^2-(5y)^2}-\frac{1}{(5y)^{-1}-(2x)^{-1}}\right)\cdot(2x-5y)^{-1}+\frac{x^2-10x+5^2-2^2}{x-5-2}=$$

$$=\left(\frac{(2x+5y)\left((2x)^2-2x\cdot 5y+(5y)^2\right)}{(2x+5y)(2x-5y)}-\frac{1}{\frac{1}{5y}-\frac{1}{2x}}\right)\cdot\frac{1}{2x-5y}+\frac{(x-5)^2-2^2}{x-5-2}=$$

$$=\left(\frac{(2x)^2-2x\cdot 5y+(5y)^2}{2x-5y}-\frac{2x\cdot 5y}{2x-5y}\right)\cdot\frac{1}{2x-5y}+\frac{(x-5-2)(x-5+2)}{x-5-2}=$$

$$=\frac{(2x)^2-2x\cdot 5y+(5y)^2-2x\cdot 5y}{2x-5y}\cdot\frac{1}{2x-5y}+x-5+2=$$

$$=\frac{(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 5y+(5y)^2}{(2x-5y)^2}+x-3=\frac{(2x-5y)^2}{(2x-5y)^2}+x-3=1+x-3=x-2.$$

Ответ: $x-2$.

III. Решить уравнение

$$\frac{10}{x^2-1}=\frac{2}{5-2x}\cdot\left(\frac{5}{x-1}-2\right).$$

Решение:

Область допустимых значений (ОДЗ): $x\neq 1;\ x\neq -1;\ x\neq\frac{5}{2}$.

$\frac{10}{x^2-1}=\frac{2}{5-2x}\cdot\frac{5-2x+2}{x-1}$. Так как $x\neq 1$, то домножим обе части равенства на выражение $(x-1)$. Получим: $\frac{10}{x+1}=\frac{2\cdot(7-2x)}{5-2x}\Rightarrow$

$\Rightarrow 10(5-2x)=2(7-2x)(x+1)\Rightarrow 5(5-2x)=(7-2x)(x+1)\Rightarrow$

$\Rightarrow 25-10x=7x+7-2x^2-2x\Rightarrow 2x^2-15x+18=0$.

Решим полученное квадратное уравнение: $D=(-15)^2-4\cdot 2\cdot 18=81=9^2$.

$x_1=\frac{15-9}{2\cdot 2}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$; $x_2=\frac{15+9}{2\cdot 2}=\frac{24}{4}=6$. Оба корня удовлетворяют ОДЗ.

<u>Ответ:</u> $x_1=\frac{3}{2}$; $x_2=6$.

<u>IV.</u> Разложить на простейшие дроби

$$\frac{5x+2}{(x-1)(x^2+5x+25)}.$$

Решение:

$$\frac{5x+2}{(x-1)(x^2+5x+25)}=\frac{A}{x-1}+\frac{Bx+C}{x^2+5x+25}=\frac{A(x^2+5x+25)+(Bx+C)(x-1)}{(x-1)(x^2+5x+25)}=$$

$$=\frac{Ax^2+5Ax+25A+Bx^2-Bx+Cx-C}{(x-1)(x^2+5x+25)}\Rightarrow 5x+2=Ax^2+5Ax+25A+Bx^2-Bx+Cx-C$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x в левой и правой частях полученного равенства, составим систему уравнений:

$$\begin{cases} A+B=0; \\ 5A-B+C=5; \\ 25A-C=2. \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} A=\frac{7}{31}; \\ B=-\frac{7}{31}; \\ C=\frac{113}{31}. \end{cases}$$

Получим:

$$\frac{5x+2}{(x-1)(x^2+5x+25)}=\frac{\frac{7}{31}}{x-1}+\frac{-\frac{7}{31}x+\frac{113}{31}}{x^2+5x+25}=\frac{7}{31(x-1)}-\frac{7x-113}{31(x^2+5x+25)}.$$

Ответ: $\frac{5x+2}{(x-1)(x^2+5x+25)}=\frac{7}{31(x-1)}-\frac{7x-113}{31(x^2+5x+25)}.$

V. Решить неравенство

$$\frac{7}{x-5}<\frac{1}{x+10}.$$

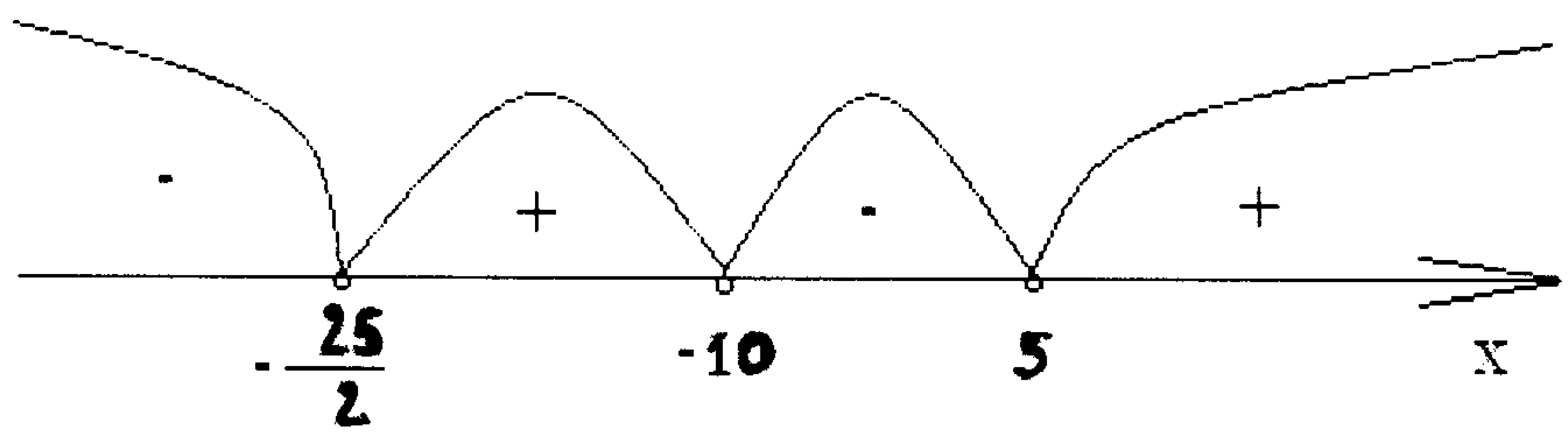
Решение:

$$\frac{7}{x-5}-\frac{1}{x+10}<0\Rightarrow\frac{7(x+10)-(x-5)}{(x-5)(x+10)}<0\Rightarrow\frac{7x+70-x+5}{(x-5)(x+10)}<0\Rightarrow\frac{6x+75}{(x-5)(x+10)}<0.$$

1) $6x+75=0\Rightarrow x=-\frac{25}{2}.$

2) $x-5=0\Rightarrow x=5.$

3) $x+10=0\Rightarrow x=-10.$



Ответ: $x\in\left(-\infty;-\frac{25}{2}\right)\cup(-10;5).$

VI. Решить неравенство

$$|x+5| \le 3x.$$

Решение:

Так как $|x+5| \ge 0$, а $3x \ge |x+5|$, то $3x \ge 0 \Rightarrow x \ge 0$. Тогда $x+5 \ge 0$. Следовательно, раскрываем исходный модуль с положительным знаком: $x+5 \le 3x \Rightarrow x-3x \le -5 \Rightarrow -2x \le -5 \Rightarrow x \ge \frac{5}{2}$.

Ответ: $x \in \left[\frac{5}{2};+\infty\right)$.

VII. Вычислить с точностью до 10^{-3}

$\cos(5^\circ)\cdot\sin 2\cdot tg\left(\frac{7}{3}\right)\cdot ctg\left(\frac{1}{8}\right) \approx -7{,}5463$

Ответ: -7,5463

VIII. Под каким углом α° к горизонту следует произвести бросок из начала координат и с заданной начальной скоростью $v_0 = 15{,}5$ м/с, чтобы попасть в цель (трение при полете не учитывается), находящуюся на расстоянии 2 м от начала координат ($g = 9{,}81$).

Решение:

Используем формулу: $\sin(2\alpha) = \frac{g\cdot N}{v_0^2}$. Подставим сюда условия задачи:

$$\sin(2\alpha) = \frac{9{,}81\cdot 2}{15{,}5_0^2} \approx 0{,}0817 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}\arcsin 0{,}0817 = \frac{1}{2}\cdot 5^\circ = 2{,}5^\circ.$$

Так как $\sin(2\alpha) = \sin(2\cdot(90-\alpha))$, то дальность полета при α° и при $(90-\alpha)^\circ$ одинаковая. Тогда $\alpha_2 = 90 - \alpha = 90^\circ - 2{,}5^\circ = 87{,}5^\circ$.

Ответ: $\alpha_1 = 2{,}5^\circ$; $\alpha_2 = 87{,}5^\circ$.