$$z=-1+i=\sqrt{2}\cdot e^{i\frac{3\pi}{4}}$$

81. Комплексное число $z=-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i$ представить в показательной форме.

§ 15. РАЗЛОЖЕНИЕ В РЯД ФУРЬЕ ФУНКЦИЙ С ПЕРИОДОМ 2π

Функциональный ряд называется тригонометрическим, если членами ряда являются синусы и косинусы от целых кратных значений аргумента, то есть ряд вида

$$\frac{a_0}{2}+a_1\cos x+b_1\sin x+a_2\cos 2x+b_2\sin 2x+\ldots$$
$$\ldots+a_n\cos nx+b_n\sin nx+\ldots \qquad (1)$$

Постоянные числа $a_0, a_1, a_2, \ldots b_1, b_2, b_3, \ldots$ называются коэффициентами тригонометрического ряда.

Тригонометрический ряд принято записывать так:

$$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx) \qquad (2)$$

Рассмотрим функцию $f(x)$, которая является периодической с периодом 2π.

Рядом Фурье для функции $f(x)$ называется тригонометрический ряд (2), коэффициенты которого определяются по следующим формулам Фурье:

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nx\,dx, \qquad n=0,\ 1,\ 2,\ldots \qquad (3)$$

$$b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nx\,dx, \qquad n=1,\ 2,\ 3,\ldots \qquad (4)$$

Коэффициенты a_n и b_n, найденные с помощью формул (3) и (4) называются коэффициентами Фурье.

Для определения a_0 пользуются формулой, полученной из (3) при $n=0$.

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\,dx \qquad (5)$$

Таким образом, если задана периодическая функция с периодом 2π, то пользуясь формулами Фурье, можно для данной функции составить ряд Фурье. Условно этот ряд записывают так:

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx).$$

Чтобы составленный ряд Фурье был сходящимся и чтобы его сумма была равна $f(x)$, заданная функция $f(x)$ на отрезке $[-\pi, \pi]$ должна удовлетворять определенным условиям.

Условия разложимости функции в ряд Фурье определяются следующей теоремой.

Теорема. *Если периодическая функция $f(x)$ с периодом 2π на отрезке $[-\pi, \pi]$ непрерывна или имеет конечное число точек разрыва первого рода, и если отрезок $[-\pi, \pi]$ можно разбить на конечное число отрезков так, что внутри каждого из них функция $f(x)$ монотонна, то ряд Фурье, составленный для функции $f(x)$, сходится при всех значениях x. При этом сумма полученного ряда равна значению функции $f(x)$ в точках непрерывности функции. В точках разрыва функции $f(x)$ сумма ряда равна среднему арифметическому пределов функции $f(x)$ слева и справа, то есть, если x_1 есть точка разрыва функции $f(x)$, то сумма ряда в этой точке равна*

$$\frac{\lim\limits_{\substack{x \to x_1 \\ x < x_1}} f(x) + \lim\limits_{\substack{x \to x_1 \\ x > x_1}} f(x)}{2}$$

Если выполняются условия теоремы, то знак соответствия можно заменить знаком равенства, то есть в этом случае пишут

$$f(x = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx).$$

82. Найти разложение в ряд Фурье функции с периодом 2π, заданной на отрезке $[-\pi, \pi]$ (рис. 1):

$$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{, если} \quad -\pi < x < 0 \\ \ \ 3 & \text{, если} \quad \ \ 0 \leqslant x \leqslant \pi \end{cases}$$

Решение. Заданная функция $f(x)$ удовлетворяет условиям теоремы о разложимости в ряд Фурье, так как на отрезке $[-\pi, \pi]$ функция имеет одну точку разрыва первого рода (при $x=0$), а во всех других точках этого отрезка она непрерывна. Следовательно, справедливо равенство:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx).$$

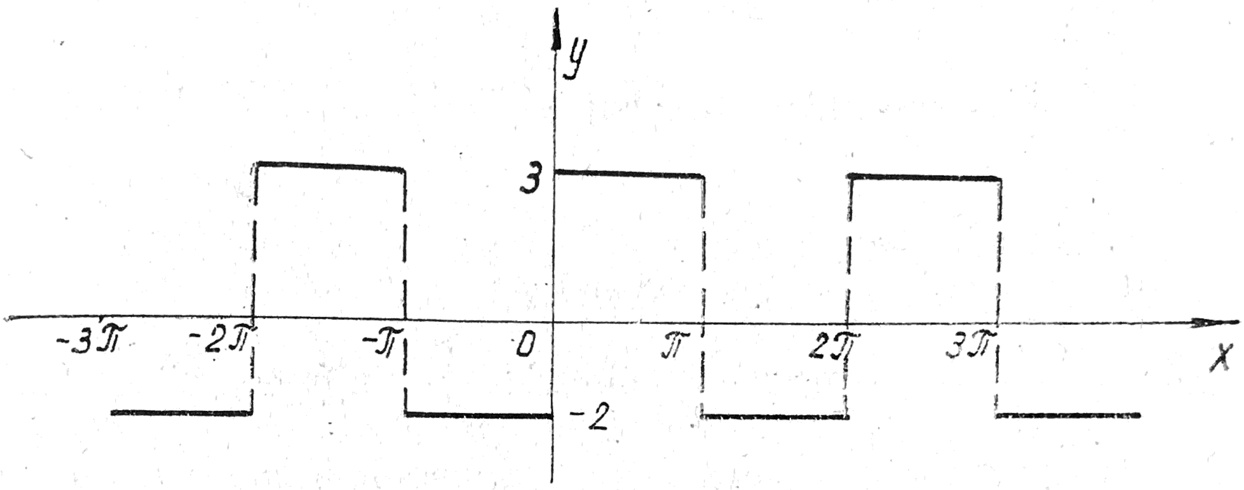


Рис. 1

Чтобы найти коэффициент a_0, применяем формулу (5).

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} -2dx + \right.$$

$$\left. + \int_{0}^{\pi} 3dx \right] = \frac{1}{\pi}\left\{\left[-2x\right]_{-\pi}^{0} + \left[3x\right]_{0}^{\pi}\right\} = \frac{1}{\pi}(-2\pi + 3\pi) = 1$$

Теперь находим коэффициенты a_n по формуле (3).

$$a_n = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} -2\cos nx\, dx + \int_{0}^{\pi} 3\cos nx\, dx\right] = \frac{1}{\pi}\left\{\left[\frac{-2\sin nx}{n}\right]_{-\pi}^{0} + \right.$$

$$\left. + \left[\frac{3\sin nx}{n}\right]_{0}^{\pi}\right\} = 0$$

Пользуясь формулой (4), определим коэффициенты b_n.

$$b_n = \frac{1}{\pi}\left[\int\limits_{-\pi}^{0} -2\sin nx\,dx + \int\limits_{0}^{\pi} 3\sin nx\,dx\right] = \frac{1}{\pi}\left\{\left[\frac{2\cos nx}{n}\right]_{-\pi}^{0} +\right.$$

$$\left. + \left[\frac{-3\cos nx}{n}\right]_{0}^{\pi}\right\} = \frac{1}{n\pi}[2 - 2\cos(-n\pi) - 3\cos n\pi + 3] =$$

$$= \frac{5}{n\pi}(1 - \cos n\pi) = \frac{5}{n\pi}\cdot 2\sin^2\frac{n\pi}{2} = \begin{cases} \dfrac{10}{n\pi} & \text{при } n \text{ нечетном.} \\ 0 & \text{при } n \text{ четном.} \end{cases}$$

Подставив найденные коэффициенты, получим следующее разложение в ряд Фурье данной функции:

$$f(x) = \frac{1}{2} + \frac{10}{\pi}\left(\sin x + \frac{1}{3}\sin 3x + \frac{1}{5}\sin 5x + \frac{1}{7}\sin 7x + \ldots\right)$$

Полученное равенство справедливо при любом значении x, исключая точки разрыва $x = \pm n\pi$ $(n = 0,\ 1,\ 2 \ldots)$, где сумма ряда равна $\frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$, то есть равна среднему арифметическому значений данной функции слева и справа от точки разрыва.

83. Найти разложение в ряд Фурье функции с периодом 2π, если эта функция задана аналитически так:

$$f(x) = \begin{cases} \pi & \text{при } -\pi < x \leqslant 0 \\ \pi - x & \text{при } 0 < x \leqslant \pi \end{cases} \qquad \text{(рис. 2).}$$

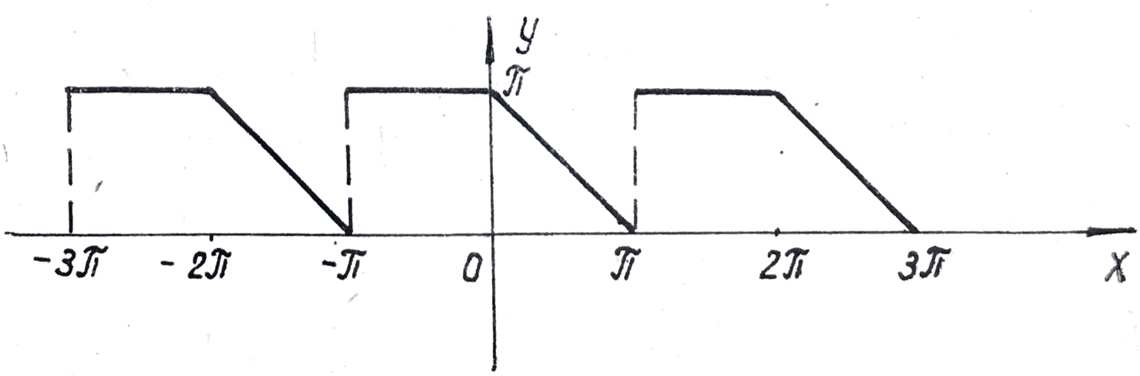


Рис. 2.

Решение. Заданная функция $f(x)$ удовлетворяет условиям теоремы о разложимости в ряд Фурье. Определим коэффициенты Фурье.

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} \pi\, dx + \int_{0}^{\pi} (\pi - x)\, dx\right] = \frac{1}{\pi}\left\{\left[\pi x\right]_{-\pi}^{0} -\right.$$

$$\left. - \left[\frac{(\pi - x)^2}{2}\right]_0^{\pi}\right\} = \frac{1}{\pi}\left(\pi^2 + \frac{\pi^2}{2}\right) = \frac{3\pi}{2}$$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} \pi \cos nx dx + \int_{0}^{\pi} (\pi - x)\cos nx\, dx\right] = \left[\frac{\sin nx}{n}\right]_{-\pi}^{0} +$$

$$+ \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\pi} (\pi - x)\cos nx\, dx.$$

Чтобы вычислить последний интеграл, воспользуемся формулой интегрирования по частям.

Положим $u = \pi - x$ и $dv = \cos nx\, dx$. Тогда $du = -dx$ и $v = \frac{\sin nx}{n}$.

Имеем:

$$a_n = \frac{1}{\pi}\left\{\left[(\pi - x)\cdot\frac{\sin nx}{n}\right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \frac{\sin nx}{n}\,(-dx)\right\} =$$

$$= -\frac{1}{n^2\pi}\left[\cos nx\right]_0^{\pi} = \frac{1}{n^2\pi}\,(1 - \cos n\pi) = \frac{2}{n^2\pi}\sin^2\frac{n\pi}{2} =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{2}{n^2\pi} & \text{при } n \text{ нечетном} \\ 0 & \text{при } n \text{ нечетном} \end{cases}$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} \pi \sin nx\, dx + \int_{0}^{\pi} (\pi - x)\sin nx\, dx\right] =$$

$$= -\left[\frac{\cos nx}{n}\right]_{-\pi}^{0} + \frac{1}{\pi}\int\limits_{0}^{\pi} (\pi - x) \sin nx \, dx = -\frac{1}{n} (1 - \cos n\pi) +$$

$$+ \frac{1}{\pi}\left[(\pi - x) \frac{-\cos nx}{n} - \frac{\sin nx}{n^2} \right]_0^{\pi} = -\frac{1}{n} (1 - \cos n\pi) + \frac{1}{n} =$$

$$= \frac{1}{n} \cos n\pi = \begin{cases} -\frac{1}{n} & \text{при } n \text{ нечетном} \\ \frac{1}{n} & \text{при } n \text{ четном} \end{cases}$$

Следовательно, разложение $f(x)$ в ряд Фурье имеет вид

$$f(x) = \frac{3\pi}{4} + \frac{2}{\pi}\left(\frac{\cos x}{1^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} + \frac{\cos 5x}{5^2} + \ldots\right) +$$

$$+ \left(-\frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 3x}{3} + \ldots\right)$$

84. Найти разложение в ряд Фурье функции $f(x)$ с периодом 2π.

$$f(x) = \begin{cases} -3, \text{ если } -\pi < x \leqslant 0 \\ -2, \text{ если } 0 < x \leqslant \pi \end{cases}$$

85. Найти разложение в ряд Фурье функции $f(x)$ с периодом 2π.

$$f(x) = \begin{cases} x \quad , \text{ если } -\pi \leqslant x < 0 \\ 0 \quad , \text{ если } \quad 0 \leqslant x < \pi \end{cases}$$

86. Найти разложение в ряд Фурье функции $f(x)$ с периодом 2π.

$$f(x) = \begin{cases} -x, \text{ если } -\pi < x < 0 \\ 3x, \text{ если } 0 \leqslant x \leqslant \pi \end{cases}$$

§ 16. РЯДЫ ФУРЬЕ ДЛЯ ЧЕТНЫХ И НЕЧЕТНЫХ ФУНКЦИЙ С ПЕРИОДОМ 2π

Если разлагаемая в ряд Фурье функция $f(x)$ является нечетной, то функция $f(x) \cdot \cos nx$, стоящая под знаком интеграла в формуле (3), также является нечетной функций. Так как определенный интеграл с противоположными пределами от нечетной непрерывной функции равен нулю, то получаем $a_n = 0$.

Если $f(x)$ нечетная функция, то функция $f(x) \cdot \sin nx$, стоящая под знаком интеграла в формуле (4), есть четная функция. Поэтому формулу (4) можно переписать так:

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx \, dx.$$

Таким образом, если разлагаемая в ряд Фурье функция является **нечетной**, то для определения коэффициентов пользуются следующими формулами:

$$a_n = 0; \quad b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx \, dx. \qquad (6)$$

Как видно, ряд Фурье для нечетной функции не содержит косинусов и свободного члена.

87. Разложить в ряд Фурье функцию с периодом 2π $f(x) = x$ (рис. 3).

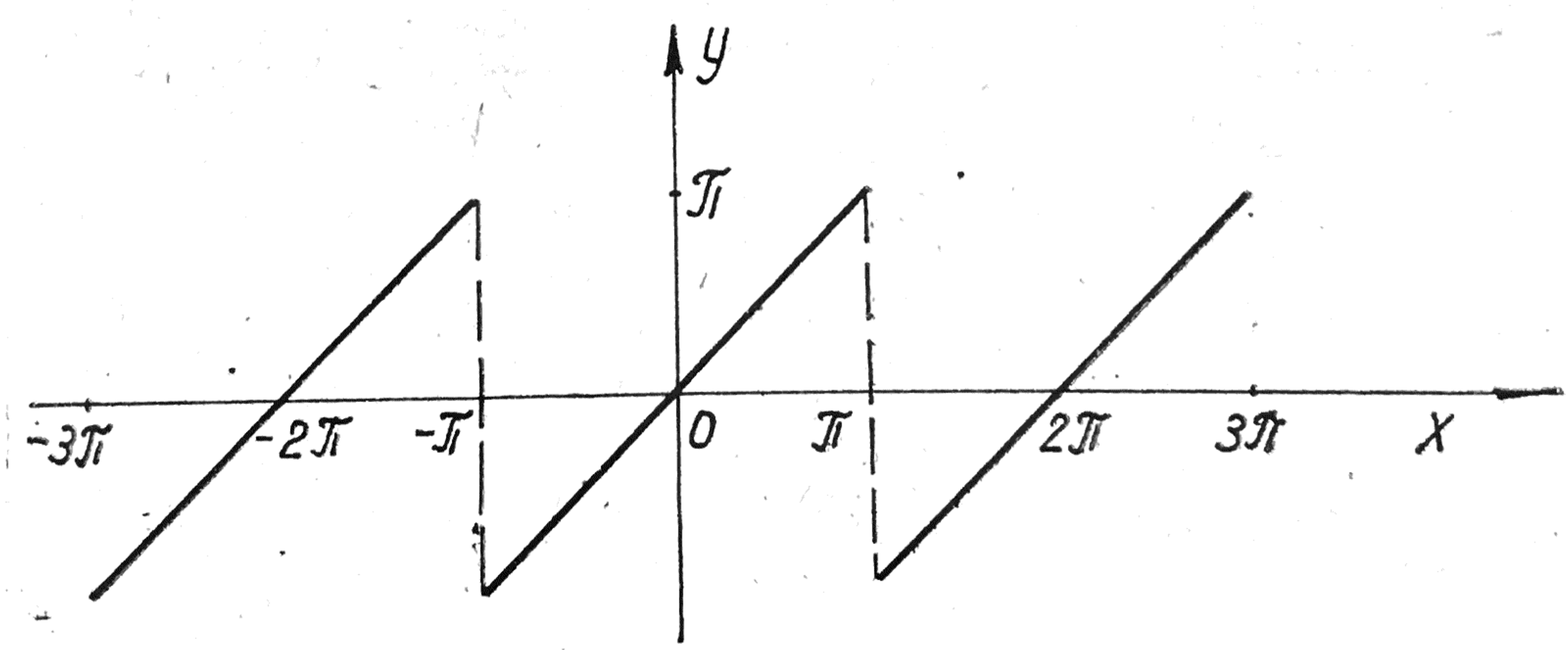


Рис. 3

Решение. Так как данная функция является нечетной, то коэффициенты $a_n = 0$. Пользуясь формулой (6), находим коэффициенты b_n.

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x \sin nx \, dx = \frac{2}{\pi} \left[-\frac{x \cos nx}{n} + \frac{\sin nx}{n^2} \right]_0^{\pi} =$$

$$= -\frac{2}{n}\cos n\pi = \begin{cases} \frac{2}{n} & \text{при } n \text{ нечетном} \\ -\frac{2}{n} & \text{при } n \text{ четном} \end{cases}$$

Следовательно, разложение в ряд Фурье данной функции имеет вид

$$f(x) = 2\left(\sin x - \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{3}\sin 3x - \frac{1}{4}\sin 4x + \ldots\right)$$

88. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$ с периодом 2π.

$$f(x) = \begin{cases} -1, \text{ если } -\pi < x < 0 \\ 1, \text{ если } \quad 0 \leqslant x \leqslant \pi \end{cases}$$

Решение. Данная функция (рис. 4) является нечетной. Для определения коэффициентов b_n применяем формулу (6).

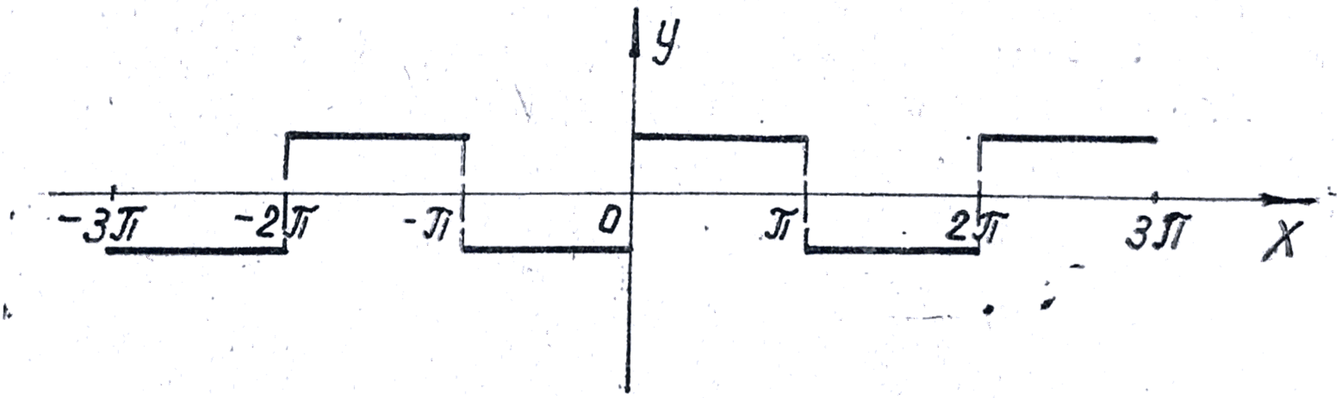


Рис. 4

$$b_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} 1 \cdot \sin nx\, dx = \frac{2}{\pi}\left[-\frac{\cos nx}{n}\right]_0^{\pi} = \frac{2}{n\pi}(1 - \cos n\pi) =$$

$$= \frac{4}{n\pi}\sin^2\frac{n\pi}{2} = \begin{cases} \frac{4}{n\pi} & \text{при } n \text{ нечетном} \\ 0 & \text{при } n \text{ четном} \end{cases}$$

Таким образом, получаем следующее разложение в ряд Фурье:

$$f(x) = \frac{4}{\pi}\left(\sin x + \frac{1}{3}\sin 3x + \frac{1}{5}\sin 5x + \ldots\right).$$

89. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$ с периодом 2π.

$$f(x) = \begin{cases} -2, \text{ если } -\pi < x \leqslant \pi \\ 2, \text{ если } \quad 0 < x \leqslant 0 \end{cases}$$

90. Разложить в ряд Фурье функцию с периодом 2π

$$f(x) = \frac{x}{2}, \quad -\pi \leqslant x < \pi$$

Если разлагаемая в ряд Фурье функция $f(x)$ является четной, то функция $f(x)\cdot\sin nx$, стоящая под знаком интеграла в формуле (4) есть нечетная функция. Поэтому, $b_n = 0$. В этом случае функция $f(x)\cdot\cos nx$ — четная функция и

$$a_n = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi f(x)\cos nx\,dx.$$

Итак, если разлагаемая в ряд Фурье функция является четной, то для определения коэффициентов Фурье применяют формулы:

$$a_n = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi f(x)\cos nx\,dx \tag{7}$$

$$b_n = 0. \tag{8}$$

Как видно, ряд Фурье для четной функции не содержит синусов.

91. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$ с периодом 2π (рис. 5)

$$f(x) = x^2; \; -\pi < x \ll \pi$$

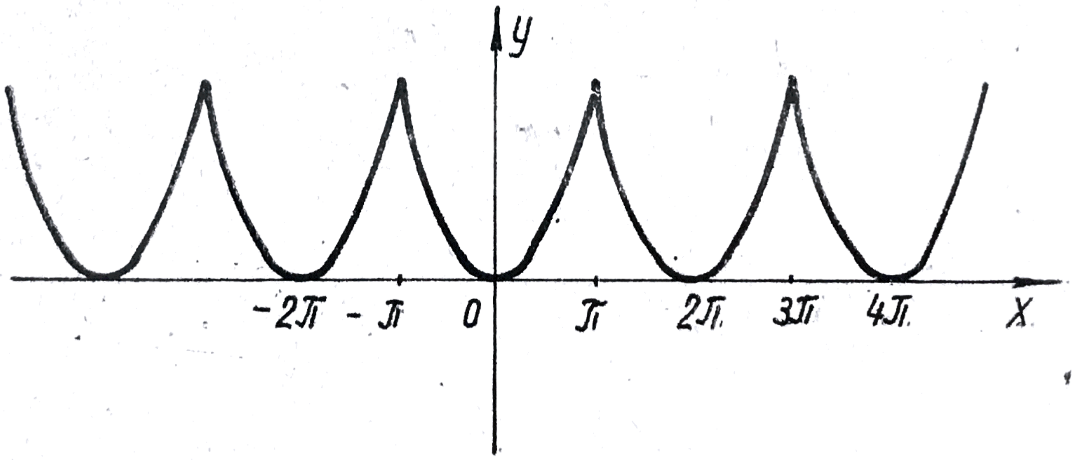


Рис. 5

Р е ш е н и е. Заданная функция является четной. Следовательно, коэффициенты $b_n=0$. Определим a_0, положив $n=0$ в формуле 7.

$$a_0=\frac{2}{\pi}\int_0^\pi x^2\,dx=\frac{2}{\pi}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^\pi=\frac{2\pi^2}{3}.$$

Пользуясь формулой 7, находим коэффициенты a_n.

$$a_n=\frac{2}{\pi}\int_0^\pi x^2\cos nx\,dx=\frac{2}{\pi}\left[x^2\cdot\frac{\sin nx}{n}+2x\cdot\frac{\cos nx}{n^2}-\right.$$

$$\left.-\frac{2\sin nx}{n^3}\right]_0^\pi=\frac{4}{n^2}\cos n\pi.$$

(При вычислении этого интеграла дважды использована формула интегрирования по частям).

$$\text{Итак, } a_n=\begin{cases}-\dfrac{4}{n^2} & \text{при } n \text{ нечетном}\\[2ex] \dfrac{4}{n^2} & \text{при } n \text{ четном.}\end{cases}$$

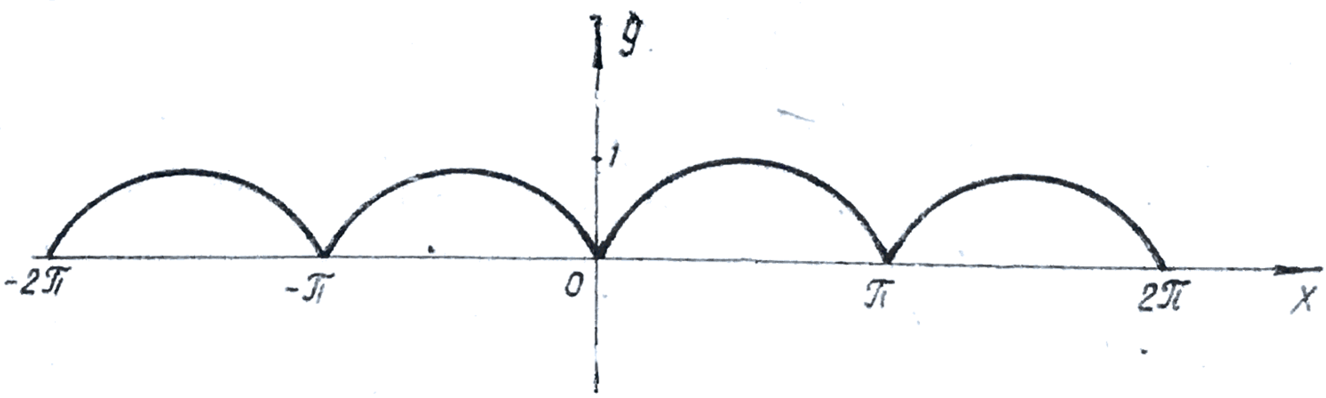
Следовательно,

$$f(x)=x^2=\frac{\pi^2}{3}-4\left(\cos x-\frac{\cos 2x}{2^2}+\frac{\cos 3x}{3^2}-\ldots\right)$$

Полученное равенство справедливо при любом x. В частности, при $x=0$, получаем

$$\frac{\pi^2}{12}=1-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{4^2}+\ldots$$

92. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)=|\sin x|$ (рис. 6).



Р и с. 6

Решение. Данная функция является четной. Находим коэффициенты Фурье.

$$a_0 = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \sin x\, dx = -\frac{2}{\pi}\Big[\cos x\Big]_0^\pi = \frac{4}{\pi}$$

$$a_n = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \sin x \cos nx\, dx = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi [\sin(1-n)x + \sin(1+n)x]\, dx =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^\pi -\sin(n-1)x\, dx + \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \sin(n+1)x\, dx =$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[\frac{\cos(n-1)x}{n-1} - \frac{\cos(n+1)x}{n+1}\right]_0^\pi = \frac{1}{\pi}\left[\frac{\cos(n-1)\pi - 1}{n-1} -\right.$$

$$\left. - \frac{\cos(n+1)\pi - 1}{n+1}\right] = \frac{1}{\pi}\left[\frac{-2\sin^2\frac{(n-1)\pi}{2}}{n-1} + \frac{2\sin^2\frac{(n+1)\pi}{2}}{n+1}\right] =$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{при } n \text{ нечетном} \\ \dfrac{-4}{\pi(n-1)(n+1)} & \text{при } n \text{ четном} \end{cases}$$

Следовательно, искомое разложение имеет вид:

$$|\sin x| = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi}\left(\frac{\cos 2x}{1\cdot 3} + \frac{\cos 4x}{3\cdot 5} + \frac{\cos 6x}{5\cdot 7} + \ldots\right)$$

93. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$ с периодом 2π.

$$f(x) = |x|; \ -\pi < x < \pi$$

94. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$ с периодом 2π.

$$f(x) = \frac{x^2}{4}; \ -\pi < x < \pi$$

95. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$ с периодом 2π, если график этой функции на отрезке $[-\pi, \pi]$ дан на рис. 7.

Решение. График данной функции на отрезке $[-\pi, \pi]$ симметричен относительно начала координат. Данная функция является нечетной. На отрезке $[0, \pi]$ данная функция определяется аналитически так:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{A}{\varphi}\, x, \text{ если } 0 \leqslant x < \varphi \\ A, \text{ если } \varphi \leqslant x \leqslant \pi - \varphi \\ -\dfrac{A}{\varphi}(x-\pi), \text{ если } \pi - \varphi < x < \pi \end{cases}$$

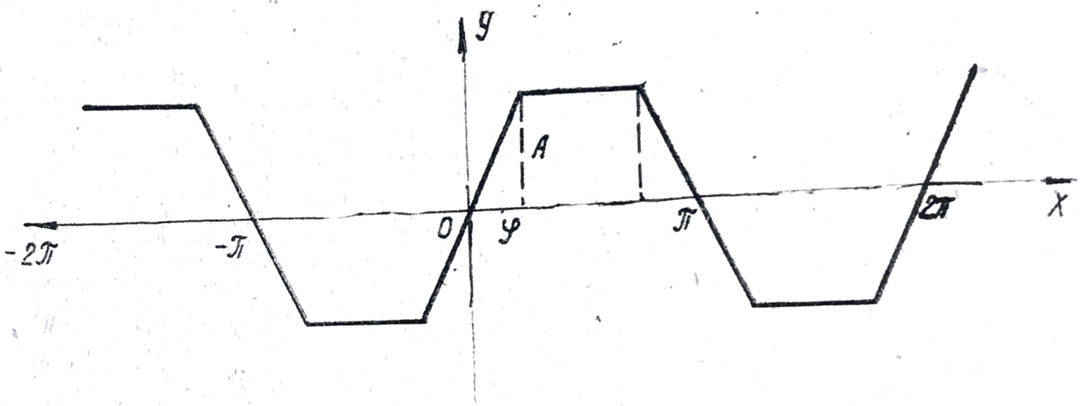


Рис. 7

Для данной функции коэффициенты $a_n = 0$. Для определения коэффициентов b_n применяем формулу 6.

$$b_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\sin nx\,dx = \frac{2}{\pi}\left[\int_0^{\varphi}\frac{A}{\varphi}\,x\sin nx\,dx + \int_{\varphi}^{\pi-\varphi} A\sin nx\,dx + \right.$$

$$\left. + \int_{\pi-\varphi}^{\pi} -\frac{A}{\varphi}(x-\pi)\sin nx\,dx\right] = \frac{2A}{\pi\varphi}\int_0^{\varphi} x\sin nx\,dx + \frac{2A}{\pi}\int_{\varphi}^{\pi-\varphi}\sin nx\,dx -$$

$$-\frac{2A}{\pi\varphi}\int_{\pi-\varphi}^{\pi}(x-\pi)\sin nx\,dx = \frac{2A}{\pi\varphi}\left[-x\cdot\frac{\cos nx}{n} + \frac{\sin nx}{n^2}\right]_0^{\varphi} -$$

$$-\frac{2A}{\pi}\left[\frac{\cos nx}{n}\right]_{\varphi}^{\pi-\varphi} - \frac{2A}{\pi\varphi}\left[-(x-\pi)\cdot\frac{\cos nx}{n} + \frac{\sin nx}{n^2}\right]_{\pi-\varphi}^{\pi} =$$

$$= \frac{2A}{\pi\varphi}\left[\frac{-\varphi\cdot\cos n\varphi}{n} + \frac{\sin n\varphi}{n^2}\right] - \frac{2A}{\pi n}\left[\cos n(\pi-\varphi) - \cos n\varphi\right] -$$

$$-\frac{2A}{\pi\varphi}\left[-\varphi\cdot\frac{\cos n(\pi-\varphi)}{n}-\frac{\sin n(\pi-\varphi)}{n^2}\right]=$$

$$=-\frac{2A}{n\pi}\cos n\varphi+\frac{2A}{n^2\pi\varphi}\sin n\varphi-\frac{2A}{n\pi}\cos n(\pi-\varphi)+\frac{2A}{n\pi}\cos n\varphi+$$

$$+\frac{2A}{n\pi}\cos n(\pi-\varphi)+\frac{2A}{n^2\pi\varphi}\sin n(\pi-\varphi)=$$

$$=\frac{2A}{n^2\pi\varphi}[\sin n\varphi+\sin n(\pi-\varphi)]=\frac{2A}{n^2\pi\varphi}[\sin n\varphi+\sin(n\pi-n\varphi)]=$$

$$=\frac{2A}{n^2\pi\varphi}(\sin n\varphi+\sin n\pi\cdot\cos n\varphi-\cos n\pi\cdot\sin n\varphi)=$$

$$=\begin{cases}\dfrac{4A}{n^2\pi\varphi}\sin n\varphi \text{ при } n \text{ нечетном}\\[2ex] 0 \text{ при } n \text{ четном}\end{cases}$$

Следовательно, данная функция имеет следующее разложение в ряд:

$$f(x)=\frac{4A}{\pi\varphi}\left(\frac{\sin\varphi}{1^2}\sin x+\frac{\sin 3\varphi}{3^2}\sin 3x+\frac{\sin 5\varphi}{5^2}\sin 5x+\ldots\right)$$

96. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$ с периодом 2π.

$$f(x)=\begin{cases}0\ , \text{ если } -\pi<x<\frac{\pi}{2}\\[1ex] \cos x, \text{ если } -\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}\\[1ex] 0\ , \text{ если } \frac{\pi}{2}<x\leqslant\pi\end{cases}$$

§ 17. РЯДЫ ФУРЬЕ ДЛЯ ФУНКЦИИ С ЛЮБЫМ ПЕРИОДОМ

Пусть функция $f(x)$ является периодической, но ее период равен не 2π, как это было рассмотрено в § 15, 16, а $2l$, где l — любое положительное число. Чтобы разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье, введем новую переменную t, полагая

$$x=\frac{l}{\pi}t. \qquad (*)$$

Из введеной подстановки (*) видно, что при изменении переменной x от $-l$ до l; переменная t будет изменяться от $-\pi$